LE JOURNAL DE PHYSIQUE

ET

LE RADIUM

FORMATION DU CORPS SOLIDE PAR LES RADIOÉLÉMENTS

Par Mlle C. CHAMIÉ.

Institut du Radium.

Sommaire. — Les atomes et les molécules des radioéléments qui prennent naissance dans les gaz et les liquides et qui appartiennent à la catégorie des solides ont la propriété de s'associer en groupements ou d'adhérer aux solides étrangers pour sortir de la phase non solide. C'est une propriété générale des atomes métalliques et des molécules de leurs composés.

La formation du solide obéit à l'équation $\frac{du}{dx} = c\frac{u}{x}$, où x est le nombre d'atomes ou de molécules présents et u est respectivement égal au nombre de groupes y avec $c = 1 - m$, et au nombre d'atomes ou de molécules par groupe z avec $c = m$. Le cas général $0 < m < 1$ s'applique à l'*effet Chamié* de la formation des groupements. Le cas limite $m = 0$ s'applique à la répartition monoatomique ou monomoléculaire explicable par l'hypothèse de P. Langevin généralisée de l'adhésion des atomes aux surfaces.

Les radioéléments permettent d'observer la formation du corps solide à l'échelle microscopique et de mettre en évidence les propriétés des atomes et des molécules appartenant à la catégorie des solides. A ce point de vue, nous rapprocherons nos expériences sur les groupements d'atomes dans les gaz et les liquides des expériences sur la diffusion du recul pour tirer des conclusions.

1. **Méthode photographique**. — Pour étudier la répartition des radioéléments dans des milieux différents, nous avons employé la méthode photographique [1]. Si un radioélément, émetteur de rayons α, forme un assemblage d'atomes ou de molécules de son composé et que ce grain infiniment petit se trouve pressé contre la gélatine de la plaque photographique, on obtient, après développement, l'image d'un point noir qui, au microscope, apparaît comme une étoile dont les rayons ont pour longueur le parcours des rayons α du radioélément dans la gélatine. Si un radioélément émetteur de rayons α se forme à la suite de la désintégration d'un autre, l'étoile montre les deux parcours des rayons α des deux éléments. Avec un grand nombre de rayons, l'étoile devient une tache circulaire. La méthode consiste à presser par un poids la surface active contre la gélatine de la plaque photographique pour un certain temps de pose pendant lequel les rayons α font leurs trajets dans la gélatine. On a soin d'éviter le balayage de la plaque par les rayons pénétrants ainsi que d'éviter un excès d'activité α qui voile les images. On peut également verser du liquide actif sur la gélatine en la protégeant contre l'attaque par le liquide, ou plonger la plaque photographique verticalement ou obliquement dans la solution active; on peut aussi projeter des gaz actifs sur la gélatine et la recouvrir immédiatement après par la gélatine d'une autre plaque témoin et tenir ces plaques sous pression pendant le temps de pose nécessaire.

Si le radioélément dans le milieu étudié est réparti en grains que nous avons désignés par le terme « groupements d'atomes » sans présumer d'hypothèse sur leur nature, la méthode photographique mettra en évidence les images en étoiles. Cependant, l'interprétation des résultats obtenus par la méthode photographique n'est pas toujours simple. Pour les radioéléments à vie courte, il suffit de quelques atomes par grain pour avoir les images en étoiles des groupements, mais pour les radioéléments à vie longue le nombre d'atomes par groupe doit être très grand. Ainsi pour le Po, dont

la période est de 140 jours, des groupements avec 100 atomes pour un temps de pose d'un jour donneraient un noircissement uniforme de la plaque photographique où l'on distinguerait au microscope les trajectoires des rayons α comme s'il s'agissait d'atomes individuels non groupés. A cause de cette incertitude, nous avons eu recours aux éléments à vie courte et à d'autres méthodes comme, par exemple, la centrifugation et l'étude de la diffusion du recul radioactif.

2. **Groupements d'atomes du dépôt actif dans l'air.** — P. et M. Curie [2] avaient observé que le dépôt actif formé à partir de l'émanation dans l'air, tombe par pesanteur comme le feraient des petits grains solides polyatomiques. Nous avons mis en évidence ces grains des dépôts actifs des trois familles radioactives en appliquant la méthode photographique aux surfaces activées par les émanations. Pour montrer que les groupements des dépôts actifs se forment dans l'air, nous avons pompé dans une seringue l'air actif au-dessus d'une préparation de Rd Th et nous l'avons projeté directement sur la gélatine; la même expérience a été faite avec un mélange d'air et de radon. Dans les deux cas, nous avons retrouvé les groupements d'atomes des dépôts actifs (*fig.* 1 et 2). E. L. Harrington [3] a centrifugé

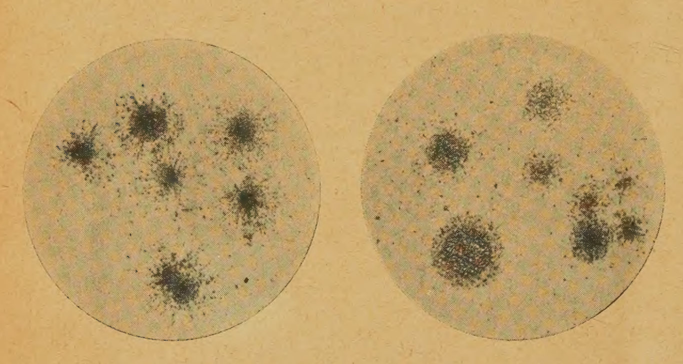


Fig. 1. Fig. 2.

Microphotographies des groupements d'atomes dans l'air actif projeté sur la gélatine de la plaque photographique Fig. 1. — Th *C* et Th *C'*. — 2. Rn, Ra *A* et Ra *C'*.

les groupements du dépôt actif dans un mélange d'air et de radon. La formation des grains se fait très rapidement, ce qu'a montré l'expérience suivante : la seringue pompait l'air avec l'émanation se dégageant d'une forte préparation d'Ac équivalente en rayons γ à 5 mg Ra. Avant d'entrer dans la seringue, le gaz actif traversait un barboteur avec de l'eau qui purifiait le gaz. L'examen microscopique de l'effet photographique du gaz projeté donne des étoiles formées par les rayons α d'An et Ac*A*; si la projection du gaz ne se fait pas immédiatement, on trouve les groupements d'Ac*C* (*fig.* 3 et 4).

Nous avons obtenu également les photographies des groupements de Rn + Ra*A* par filtration du radon à travers le coton et par sa projection rapide.

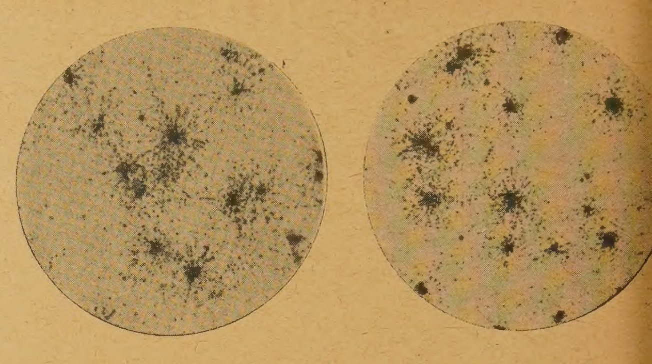


Fig. 3. — An et Ac *A*. Fig. 4. — Ac *C*.

Nous avons pu obtenir des impressions photographiques des rayons α du Rn sans groupements en faisant sortir l'émanation par ébullition d'une solution de sel de Ra dans l'eau et en opérant très rapidement pour la projeter sur la gélatine et pour développer la plaque aussitôt après. Le radon vierge dans un grand volume où la probabilité de rencontre des atomes est faible, donne aussi des impressions photographiques sans groupements. Par contre, le radon contenu en quantité importante dans de petites ampoules et y séjournant quelques jours, entre à l'état d'occlusion dans les groupements formés par le dépôt actif sur les parois. On peut s'en rendre compte en chassant l'émanation de l'ampoule et en examinant par le procédé photographique ou par les mesures du courant d'ionisation, l'activité restée sur les parois.

Ces expériences montrent que les atomes de la catégorie des solides formés dans l'air à partir des émanations gazeuses s'associent dès leur naissance s'ils ont la possibilité de se rencontrer, pour former des groupements d'atomes.

3. **Passage des radioéléments de la phase liquide à la phase solide.** — Ces expériences comprennent les cas principaux suivants :

1. *Précipitation par un réactif.* — Un radioélément à l'état de grande dilution précipite sous l'action d'un réactif approprié et sans entraîneur : le réactif forme dans la solution des molécules du composé et, de plus, ces molécules s'associent en groupes qui tombent par pesanteur comme les précipités cristallins, amorphes ou colloïdaux en Chimie ordinaire. Or, les grains étant très petits, la chute est de longue durée. La méthode photographique permet d'opérer avec des petites gouttes de solution et met en évidence les groupements formés par le précipité. Pour accélérer la chute, nous avons eu recours à la centri-

ıgation [4]. Après une heure de centrifugation, ır exemple, de 2,5 cm³ d'une solution contenant 2.10^{-10} g de Po à laquelle on a ajouté de ammoniaque, le précipité se sépare et tombe au ond du tube; après décantation, on peut disposer u précipité et le mesurer par le courant d'ionisation u'il provoque.

Si le radioélément en solution est à l'état d'extrême ilution, les molécules formées ne se rencontrent pas ıcilement et sont adsorbées par les parois et par es corps étrangers dans le liquide; par exemple, i l'on ajoute SO^4H^2 à une solution extrêmement iluée de Ra, les molécules de SO^4Ra collent aux arois ou sont entraînées dans la précipitation 'autres éléments quelconques en quantités pondérables, par exemple avec le Fe précipité par l'ammoiaque.

2. *Evaporation des solutions.* — On évapore à sec l'air libre ou au bain-marie un radioélément en olution ionique sur une lamelle de verre ou de ıica. La méthode photographique montre que le adioélément, en général, sort de la phase liquide à état de groupements. Des expériences ont été ıites avec les dépôts actifs en solution nitrique et vec le Po. Par contre, si l'on fait la même expéience avec une surface en argent, le Po s'y fixe ıtégralement et indépendamment de l'évaporation

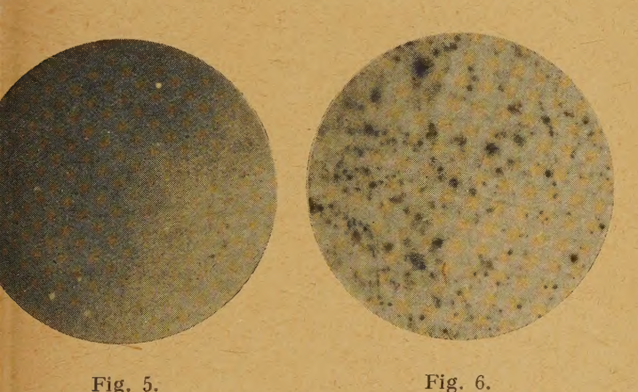


Fig. 5. Fig. 6.

Effet photographique d'une surface d'argent activée par le Po : Fig. 5. — Attaque de l'argent par le Po en solution HCl normale. Fig. 6. — Dépôt du Po sur l'argent en milieu neutre.

le l'acide ou de son déversement, de manière à ne ılus être séparable de l'argent ni par lavage, ni nême par frottement; l'impression photographique le la surface d'argent activée au Po en solution HCl normale donne un noircissement uniforme montrant que le Po a attaqué l'argent. Si l'on opère de la nême manière avec une solution neutre de Po qui contient des agrégats d'un composé de Po en susension, ils tombent sur l'argent comme sur toute autre surface à l'état de grains et donnent les mages photographiques des groupements (*fig.* 5 et 6). On peut conclure que si le radioélément ne réagit pas chimiquement ou électrochimiquement avec la surface, si la surface n'est pas une électrode chargée qui attire les ions par électrolyse, ou si les conditions d'évaporation ne favorisent pas spécialement l'adhésion du corps dissous à la surface, les molécules du sel dissous se reconstruisent quand le liquide s'évapore et, de plus, s'associent en groupements qui restent attachés à la surface. La même surface peut donner une série de photographies avec un dessin identique des constellations des groupements qui restent fixés à la surface et ne passent pas sur la gélatine malgré le contact sous pression.

Nous avons préparé, à partir d'une solution de Po, une série d'autres dont la teneur en Po diminuait en progression géométrique de raison 1/4. On préparait une série de gouttes évaporées à sec dont la première contenait 16 U. E. S. de Po (¹) et la dernière $\frac{16}{4^5}$ U. E. S., limites extrêmes pour un temps de pose de 24 h. On pouvait observer la décroissance du nombre de groupes y et du nombre d'atomes de Po par groupes z en fonction du nombre total d'atomes x de Po présents. On voyait que y et z augmentent moins vite avec x que s'il s'agissait d'une simple proportionnalité.

3. *Fixation des radiocolloïdes en solution par certaines surfaces.* — On sait que les radiocolloïdes se fixent sur certaines surfaces. Nous avons également remarqué [5] qu'un petit pourcentage de Po en solution ionique HCl est retenu par la paraffine; ce Po sortant de la phase liquide se présente en groupements. En solution faiblement chlorhydrique, le Po se comporte comme un colloïde; en augmentant l'acidité, il se dissout de plus en plus mais, d'après mon hypothèse, garde une certaine probabilité de former des micelles alors que pour les cristalloïdes la probabilité de former des cristaux à partir d'un pH déterminé devient nulle. Cependant, il faut un deuxième facteur favorable par exemple, la paraffine, pour que la formation probable des micelles se réalise à son contact. Une étude quantitative complète de ce phénomène vient d'être faite par Mme B. E. Marques.

Ces expériences montrent qu'un radioélément à l'état de grande dilution dans la phase liquide en sort à l'état de groupements d'atomes caractéristiques pour l'état solide, sauf le cas d'extrême dilution quand la rencontre des molécules n'est plus probable et sauf les cas d'attraction spéciale aux surfaces solides.

4. **Discussion des résultats.** — La formation des groupements pour les radioéléments à l'état de grande dilution dans les liquides et les gaz semble paradoxale. D'après H. Herszfinkel et H. Jedrzejowski, O. Hahn [6] et O. Werner des impuretés

(¹) 1 U. E. S. de Po correspond à $1,68.10^{-10}$ g de Po.

dans les liquides serviraient de centres auxquels s'associent les molécules du composé radioactif peu soluble. Les objections à cette hypothèse sont les suivantes : quand un radioélément adhère à un assemblage inactif, l'image photographique du groupement a un centre clair et son diamètre est alors supérieur au double parcours des rayons α dans la gélatine, tandis que les groupements homogènes des radioéléments ont un centre particulièrement noir et leur diamètre égal au double parcours; d'autre part, la filtration des gaz et la centrifugation préalable des liquides devraient empêcher la formation des groupements, ce qui n'a pas été observé; de même, le nombre de groupements ne dépend pas de la quantité de matière étrangère introduite en solution. La chimie des radioéléments ne se distingue pas de la chimie ordinaire qui n'a pas besoin de recourir à la présence de corps étrangers en solution pour expliquer la précipitation par association des molécules. Certains auteurs se sont bornés à chercher les causes qui pourraient intervenir dans chaque cas particulier. Ainsi, E. L. Harrington suppose la formation d'ions radioactifs dans le mélange d'air et de radon auxquels s'associent des molécules polaires et forment des centres d'attraction pour d'autres atomes, ce qui expliquerait la formation des groupements du dépôt actif dans l'air. D'autre part, M. Haïssinsky et I. Starik [7] font intervenir les propriétés colloïdales de certains radioéléments, ce qui pourrait expliquer la formation des agrégats dans certaines solutions.

L'analogie des effets photographiques des groupements quelle que soit leur nature a conduit certains auteurs, notamment O. Hahn et Mme I. Joliot-Curie [8], à désigner par *effet Chamié* la répartition discontinue des radioéléments en agrégats. Nous pensons que cet effet met en évidence dans des cas variés la construction de la matière solide à partir des atomes et des molécules individuels qui prennent naissance dans les gaz ou qui se forment dans les liquides. Ce que les radioéléments permettent d'observer doit s'appliquer à tous les éléments dans des conditions semblables.

Soit x le nombre d'atomes ou de molécules de la catégorie des solides formés dans un gaz ou un liquide; ils ont la propriété de se répartir en y groupes avec z atomes ou molécules par groupe. Nous supposerons pour simplifier que tous les groupements ont le même nombre z d'atomes ou de molécules, ce qui est à peu près vérifiable quand les conditions ne varient pas pendant la formation du solide, les écarts de la moyenne n'étant pas grands.

y et z sont des fonctions croissantes de x telles que leur produit est égal à x. Ces fonctions qui interprètent la formation du solide dépendent d'un paramètre m variable suivant les conditions de cette formation. Le paramètre est compris entre deux valeurs limites $0 \leq m \leq 1$, de telle manière que, pour le cas limite $m = 0$, on ait $z = 1$ et $y = x$, c'est-à-dire il n'y a pas de groupements et le corps solide formé se présente sous forme monoatomique ou monomoléculaire, tandis que pour $m = 1$, on ait $z = x$ et $y = 1$, c'est-à-dire le corps solide forme un seul groupement, un bloc unique de matière solide. En première approximation, nous poserons $z = x^m$ et $y = x^{1-m}$, parce que ces fonctions obéissent aux conditions imposées et sont en accord avec nos expériences; z et y vérifient l'équation $\frac{du}{dx} = c\frac{u}{x}$ avec respectivement $u = z$ et $c = m$; ainsi que $u = y$ et $c = 1 - m$. Cette équation montre que *la variation du nombre de groupes et du nombre d'atomes ou de molécules par groupe est proportionnelle à leurs rapports au nombre d'atomes ou de molécules présents.*

Application numérique : nous trouvons sur une photographie 10^2 groupements de Po avec 10^6 atomes de Po par groupe : on a donc $x = 10^8$; $y = (10^8)^{1-m}$; $z = (10^8)^m$, d'où $m = \frac{3}{4}$; ainsi, pour l'expérience donnée : $y = \sqrt[4]{x}$ et $z = \sqrt[4]{x^3}$, ce qui se vérifie approximativement en faisant varier x.

Pour étudier le cas limite $m = 0$, nous avons eu recours à la diffusion du recul radioactif.

5. **Diffusion du recul radioactif.** — Quand un atome de ThX, par exemple, émet une particule α, l'atome désintégré et expulsé par recul est l'atome d'émanation Tn qui diffuse dans l'air comme tous les gaz. Quand un atome de ThC émet une particule α, l'atome désintégré et expulsé par recul est le ThC'', isotope du Tl, appartenant à la catégorie des métaux, qui dès sa naissance ne se comporte pas comme un atome gazeux, quoique la quantité de mouvement des atomes de recul des deux espèces soit du même ordre de grandeur. Nous avons montré [9] que la quantité de ThC'' recueillie par le disque récepteur à des distances très faibles de la plaque-source ne dépasse pas 8 pour 100 de la quantité totale de ThC'' présente. En éloignant le récepteur, la quantité de ThC'' recueillie décroît avec une grande rapidité suivant une courbe qui, pour des petites distances, mais supérieures au parcours du recul, est une hyperbole. Pour expliquer ces faits, P. Langevin a supposé que les atomes de ThC'' sont adsorbés par la plaque-source ou par le disque-récepteur de manière que la concentration en atomes de recul est nulle dans l'air au voisinage immédiat de chacun des deux plans. D'après cette hypothèse, le problème de la diffusion du recul donne comme solution la loi hyperbolique de P. Langevin en accord avec nos courbes. Si le récepteur s'éloigne considérablement de la source, la quantité très faible de ThC'' recueillie et mesurée au compteur finit par décroître exponentiellement en fonction de la distance avec un coefficient de diffusion $D = 0{,}4 \cdot 10^{-3}$ cm².sec⁻¹ qui est environ 1000 fois

lus faible que celui des gaz et correspond à la iffusion d'agrégats polyatomiques. Comme le nombre 'atomes de ThC'' dans ces conditions est trop faible our qu'ils puissent se rencontrer et former des roupements, il faut admettre que ces atomes dhèrent à des assemblages d'atomes quelconques ans l'air au-dessus de la source et qu'ils arrivent sur e récepteur alourdis par ces véhicules polyatomiques. insi, les atomes de ThC'' individuellement expulsés ans l'air et trop peu nombreux pour se rencontrer, e fixent à tout corps solide étranger : ils adhèrent à a plaque-source, au disque-récepteur ou aux assemlages quelconques qu'ils rencontrent sur leur hemin, comme le font les molécules qui se forment ans les solutions extrêmement diluées et qui ne euvent se rencontrer.

L'analogie entre le comportement des atomes de ecul dans l'air et des molécules formées dans les olutions permet de généraliser l'hypothèse de P. Langevin et de l'appliquer aux molécules en solutions xtrêmement diluées. De même, on peut appliquer 'hypothèse de P. Langevin aux cas où l'attraction es molécules par une surface est plus grande que attraction mutuelle entre les molécules, et leur ssociation naturelle est substituée par leur adhéon individuelle aux supports étrangers. On pourit donc admettre que l'hypothèse de P. Langevin st généralisable et s'applique à tous les cas où le aramètre $m = 0$, c'est-à-dire où le solide sort de la hase gazeuse ou liquide à l'état monoatomique ou ionomoléculaire en adhérant à une surface ou à n corps solide quelconque.

6. **Conclusion**. — En rapprochant les expériences des groupements dans les gaz et les liquides aux expériences de la diffusion du recul, nous pouvons énoncer la propriété suivante : *les atomes et les molécules appartenant à la catégorie des métaux et de leurs composés ne peuvent rester isolés dans les gaz et les liquides; si leur rencontre est possible, ils forment des groupements, sinon, ils adhèrent aux surfaces ou aux corps solides quelconques qu'ils rencontrent pour passer dans la phase solide*. Cette propriété caractérise la matière solide, car elle appartient d'une manière intrinsèque et individuelle aux molécules dès leur formation dans les liquides et aux atomes dès leur naissance dans les gaz ou dès leur expulsion dans l'air.

En première approximation, le nombre de groupes y et le nombre de molécules ou d'atomes par groupe z obéissent aux équations

$$\frac{dy}{dx} = (1 - m)\frac{y}{x} \qquad \text{et} \qquad \frac{dz}{dx} = m\frac{z}{x},$$

où x est le nombre total de molécules ou d'atomes. Le cas général $0 < m < 1$ se rapporte à l'*effet Chamié* de la formation des groupes dans la construction de la matière solide. Le cas limite $m = 0$ de la répartition monomoléculaire ou monoatomique avec adhésion aux solides étrangers est explicable par l'hypothèse de P. Langevin généralisée et applicable aux molécules en solutions.

Notons que les groupements des radioéléments à l'état de grande dilution rappellent la répartition non uniforme de la matière dans l'Univers avec les étoiles en discontinuité dans le vide.

Manuscrit reçu le 6 décembre 1946.

BIBLIOGRAPHIE.

1] Mlle C. Chamié, *C. R. Acad. Sc.*, 1927, **184**, p. 1243; 1927, **185**, p. 770 et 1277; 1928, **186**, p. 1838; 1939, **208**, p. 1300; 1946, **223**, p. 854; *J. de Physique*, 1929, **10**, p. 44; *J. de Chim. phys.*, 1932, **29**, p. 242. — Mlle C. Chamié et L. Goldstein, *J. de Chim. phys.*, 1931, **28**, p. 228. — O. Hahn et Werner, *Naturwiss.*, 1929, **49**, p. 961. — H. Herzfinkiel et H. Jedrzejowski, *C. R. Acad. Sc.*, 1929, **188**, p. 1167 et 1043. — Mlles M. Blau et E. Rona, *Sitzungsber. Akad. Wiss. Wien*, 1930, **139**, p. 275. — Mlle I. Archinard, *J. de Chim. phys.*, 1933, **30**, p. 56.
2] Mme P. Curie, *Traité de Radioactivité*, 1910, **1**, p. 371.
3] E. L. Harrington, *Phil. Mag.*, 1928, **6**, p. 685; *C. R. Acad. Sc.*, 1931, **192**, p. 414. — E. L. Harrington et Gratias, *Phil. Mag.*, 1931, **11**, p. 285.
] Mlle C. Chamié et M. Guillot, *C. R. Acad. Sc.*, 1930, **190**, p. 1187. — M. Guillot, *Thèse*, 1930; *J. de Chim. phys.*, 1931, **28**, p. 14. — Mlle C. Chamié et A. Korvezee, *C. R. Acad. Sc.*, 1931, **192**, p. 1227 et 1932, **194**, p. 1488. Mlle A. Korvezee, *J. de Chim. phys.*, 1933, **30**, p. 130. — Mlle C. Chamié et M. Haïssinsky, *C. R. Acad. Sc.* 1934, **198**, p. 1229. — M. Haïssinsky, *Les Radiocolloïdes*, 1934 (Hermann); *Act. Sc.*, n° **185**; *J. de Chim. phys.*, 1934, **31**, p. 469. — O. Werner, *Z. für phys. Chem.*, 1931, **156**, p. 89.
[5] Mlle C. Chamié et Mme B. E. Marquès, *C. R. Acad. Sc.*, 1939, **209**, p. 877. — Mme B. E. Marquès, *J. de Chim. phys.*, paraîtra prochainement.
[6] O. Hahn, *Applied Radiochemistry*, London, 1936.
[7] I. Starik, *Travaux de l'Institut d'État du Radium*, 1933, II, p. 91.
[8] Mme I. Joliot-Curie, *Les radioéléments naturels*, 1946 (Hermann).
[9] Mlle C. Chamié, *C. R. Acad. Sc.*, 1933, **196**, p. 1107 et 1933, **197**, p. 1037; *J. de Physique*, 1934, **5**, p. 54 et 436. — Mlle C. Chamié et Tsien San-Tsiang, *J. de Physique*, 1941, **1**, p. 46.
[10] P. Langevin, *J. de Physique*, 1934, **5**, p. 57.

QUELQUES ANOMALIES LIÉES A LA CONVERSION INTERNE DES RAYONS γ

Par M. FRILLEY, J. SURUGUE et TSIEN SAN-TSIANG.

Sommaire. — On examine un certain nombre de cas où les mesures d'intensité de photons γ et d'électrons secondaires émis par les radioéléments naturels concordent mal avec la théorie du phénomène de conversion interne. On souligne en particulier que, pour quelques rares rayonnements, la conversion interne est très inférieure aux prévisions théoriques, généralement en accord avec l'expérience.

Quelques difficultés résultant de l'étude des rayonnements X en relation avec l'émission γ sont également mises en évidence.

Introduction. — Les rayonnements γ qui prennent naissance au cours de la plupart des transformations radioactives peuvent se manifester hors de l'atome, soit sous forme de photons, soit sous forme d'électrons secondaires. L'énergie du rayonnement est transférée, dans ce second cas, à l'un des électrons entourant le noyau. La probabilité de ce mécanisme dépend de l'énergie du rayonnement, du numéro atomique de l'élément, de la couche électronique à laquelle appartenait l'électron arraché et de la symétrie du rayonnement considéré, quand on regarde le noyau émetteur comme un oscillateur électrique ou magnétique di ou multipolaire.

On définit le coefficient de conversion interne comme le rapport de la probabilité d'émission d'un électron à la probabilité d'émission d'un photon. Il peut se calculer théoriquement et l'on a tracé des courbes donnant sa valeur en fonction de l'énergie du rayonnement γ [1].

Expérimentalement, plusieurs méthodes se présentent pour l'étude des rayons γ émis, essentiellement : diffraction cristalline, absorption sélective par des écrans convenables, photoélectrons étudiés à la chambre de Wilson ou par spectrographie magnétique, comparaison avec la structure fine des rayons α.

Certaines de ces méthodes donnent des mesures relatives d'intensité et d'autres des mesures absolues, de sorte que l'on peut connaître, avec une précision plus ou moins bonne, le nombre de photons émis par désintégration pour un grand nombre de rayonnements γ [21].

Les électrons de conversion interne sont accessibles surtout par la spectrographie magnétique et aussi par la chambre de Wilson.

On peut donc, par recoupement de ces diverses méthodes, arriver à une valeur au moins approximative des coefficients de conversion interne.

La comparaison avec les calculs théoriques conduit à considérer le plus grand nombre de rayons γ comme émis par un oscillateur électrique quadripolaire. La plupart des coefficients expérimentau[x] se rangent, en effet, au voisinage des courbes corre[s]pondantes, et nous dirons que, dans la majeu[re] partie des cas, les coefficients de conversion inter[ne] sont normaux.

Néanmoins, certains rayonnements γ se présente[nt] différemment et peuvent ainsi être considérés comm[e] anormaux, le nombre d'électrons secondaires éta[nt] inférieur ou supérieur au résultat des calculs thé[o]riques.

L'étude des spectres de rayons X qui accompagne[nt] l'émission des électrons de conversion interne perm[et] encore un recoupement avec les déterminatio[ns] d'intensité des électrons secondaires, puisque l'arr[a]chement d'un électron d'une couche déterminée e[st] suivi d'un réarrangement de l'atome s'accompagna[nt] de l'émission de rayons X.

Conversion interne anormalement élevée. [—] On connait depuis longtemps, en radioactivi[té] naturelle, des rayonnements dont la conversi[on] interne est considérable, c'est le cas des rayonnemen[ts] de 1,415 MeV de Ra*C* et de 40 ekV de Th*C*, donna[nt] tous deux de fortes raies d'électrons de conversio[n] alors que le premier ne fournit pas de photoélectro[ns] dans un radiateur extérieur [2] et que le seco[nd] n'apparaît pas dans le spectre de diffraction crist[al]line [3]. C'est aussi le cas d'un nombre relativeme[nt] grand de rayonnements γ de la famille de l'actiniu[m] identifiés par leurs raies de conversion [4]; en par[ti]culier, 149,2 ekV, 60,6 ekV et 53 ekV de RdA[c] et 116,2 ekV de Ac*X*, qui n'ont pas été décelés p[ar] diffraction [5], bien que la sensibilité de la métho[de] soit bonne dans ce domaine d'énergie.

Le même phénomène s'observe fréquemme[nt] avec des noyaux légers, pour les corps radioact[ifs] artificiels, et son explication est relativement simp[le]. D'une part, le coefficient de conversion interne cr[oît] très vite avec le degré de multiplicité du ray[on]nement, et, d'autre part, l'émission de certa[ins] rayonnements électromagnétiques peut être op[...]

quement interdite, spécialement pour des transitions correspondant à une faible différence de moment angulaire [6]. On se trouve alors dans le cas où seuls sont permis des rayonnements multipolaires d'ordre élevé à grande conversion interne, et même où l'énergie d'excitation est transmise en totalité aux électrons périphériques, sans apparaître sous forme de rayonnement γ.

Conversion interne anormalement faible. — Les spectres de diffraction ont révélé plus récemment l'existence du phénomène inverse. Certaines raies γ apparaissent comme très intenses et ne donnent lieu qu'à des émissions très faibles ou même non décelables d'électrons secondaires. Ce phénomène ne s'est encore présenté nettement que dans la famille de l'actinium, pour le rayonnement de 50 ekV présentant une grande intensité par diffraction cristalline, mais dont les raies de conversion sont tout à fait faibles [5].

Nous nous sommes particulièrement attachés au cas du rayonnement de 50 ekV, parce que les coefficients de conversion interne varient en sens inverse de l'énergie et que l'anomalie est donc surtout marquée pour celui-ci.

D'après les expériences de diffraction cristalline, ce rayonnement de 50 ekV est, de loin, le plus intense dans ce domaine d'énergie et l'intensité mesurée, soit 0,03 photon par désintégration [7], peut lui être totalement affectée.

En ce qui concerne l'intensité des électrons secondaires, nous avons fait des mesures dans toute la région avoisinant les raies correspondantes, en utilisant deux méthodes différentes. En premier lieu, deux raies intenses, d'énergie 41,6 et 45,6 ekV, ont été mesurées en valeur absolue au moyen d'un dispositif qui sera publié prochainement. C'est un spectrographe magnétique comportant comme récepteur un cylindre de Faraday relié à un électromètre Hoffmann. En second lieu, plusieurs clichés ont été examinés au microphotomètre enregistreur pour déterminer les intensités relatives des autres raies. De ces mesures ont été déduits les nombres d'électrons de conversion émis par désintégration pour chacune des raies.

Pour le rayonnement γ de 50 ekV, on trouve, comme coefficient de conversion interne $\left(\text{rapport } \dfrac{N \text{ électrons}}{N \text{ photons}}\right)$, la valeur 7.10^{-4} pour le niveau L_1, très inférieure à la valeur normale qui serait 200 à 300 fois plus grande.

L'un de nous avait mentionné un autre rayonnement γ anormal, de 240 ekV [5], mais nous n'avons pas de données numériques suffisantes à son sujet et des raies du spectre de conversion du radioactinium ont pu lui être attribuées [8]; de sorte que, s'il existe une anomalie, elle est certainement beaucoup moins grande que celle du rayonnement de 50 ekV.

Les rayonnements γ de très basse fréquence de Ra D semblent bien présenter également une anomalie du même genre. Leurs énergies ont été mesurées par diffraction cristalline [9] et par les photoélectrons [10, 15] et leurs intensités au moyen d'une chambre d'ionisation à xénon [11] :

Énergies (en ekV).	46,7	43	37	32	23,2	7,3
Intensités (en photons pour 100 désintégrations)...	2,8	0,2	0,2	0,4	1,0	10

auxquels il faut ajouter deux raies faibles de 18 et 19 ekV [12].

Le nombre d'électrons de conversion du rayonnement de 46,7 ekV, mesuré en valeur absolue au moyen d'un cylindre de Faraday [13], indique un coefficient de conversion normal, en supposant le rayonnement quadripolaire.

Pour les autres rayonnements γ plus mous, on n'a que des informations d'ensemble. Le nombre global d'électrons de conversion, déterminé à la chambre de Wilson à basse pression [14], est de l'ordre de 0,01 par désintégration, alors qu'on devrait s'attendre, d'après les valeurs d'intensités de photons, à 10 ou 20 fois plus. En faisant la part des erreurs expérimentales, il semble bien qu'il y ait donc là un phénomène de conversion interne anormalement faible.

Différences d'énergie entre niveaux électroniques. — Lorsque le phénomène de conversion interne a privé une couche électronique d'un électron, le réarrangement qui s'ensuit a pour effet de produire un rayonnement X; on retrouve effectivement par diffraction cristalline les longueurs d'onde habituelles, émises dans les spectres ordinaires de rayons X ou interpolées à partir des spectres d'éléments voisins.

Par contre, il semble exister une différence systématique si l'on considère les électrons secondaires des raies K_{α_1} et K_{α_2} : les différences d'énergie entre les électrons secondaires sont toujours supérieures aux différences d'énergie des rayons X [14], soit, en moyenne, 3,0 au lieu de 2,3 ekV. Malgré la précision limitée de ces mesures, les écarts individuels sont petits et le sens de la différence est en tous cas constant et paraît bien systématique.

Cette différence est trop grande pour être due à des ionisations multiples affectant l'énergie des niveaux et aucune explication n'en a encore été donnée, à notre connaissance.

Anomalies d'intensité des spectres X de Ra D. — En ce qui concerne les intensités, les examens de spectres de rayons X conduisent pour Ra D à d'autres anomalies encore.

Un premier fait surprenant est la présence de la série de raies K de Ra D (0,1 photon pour 100 désintégrations), puisqu'on n'a trouvé aucun rayonnement γ d'énergie supérieure à 46,7 ekV [9, 11]. Il semble bien qu'une seule hypothèse soit à retenir, celle d'un rayonnement γ d'énergie très peu supérieure à celle du niveau K (88 ekV), entièrement converti et donnant des électrons secondaires de très faible énergie, interprétation qui s'impose également pour l'émission consécutive à la transformation Ac X → An [5].

En ce qui concerne la série L, on trouve qu'à l'intérieur du spectre, les raies L_{II} et L_{III} sont comparativement plus intenses que dans le spectre X ordinaire par rapport à la raie L_{I} [17]. Cela pourrait être expliqué quantitativement par l'existence d'un nouveau type d'effet Auger, avec transitions internes $L_{I} \rightarrow L_{II}$, L_{III} [18].

D'autre part, on trouve, pour l'ensemble des raies, l'intensité relativement très grande de 0,3 photon par désintégration [11, 16], qui conduit, compte tenu du rendement de fluorescence, à une probabilité d'excitation d'environ 1, alors que celle qui résulte des électrons secondaires est seulement 10 fois plus faible.

Cette anomalie nous conduit à supposer qu'il doit exister une interaction directe des rayons β nucléaires de faible énergie, peu supérieure à celle des différentes couches L, et provoquant des arrachements d'électrons de ces dernières sans intervention de rayonnements électromagnétiques. Ce pourrait d'autant plus être le cas ici que les rayons γ de Ra D sont très faibles en énergie et en intensité.

Cette hypothèse pourrait aussi rendre compte d'une anomalie analogue rencontrée avec Ac [19].

Conclusion. — Les anomalies que nous avons indiquées pour le phénomène de conversion interne, spécialement le cas de coefficients très réduits, ne peuvent trouver d'explication théorique et nécessitent, de ce fait, un réajustement de la théorie. Sans aucun doute, des cas analogues se présenteront lors de l'étude quantitative des rayonnements des corps radioactifs artificiels et permettront peut-être d'éclaircir la question.

Les difficultés rencontrées dans la comparaison des différentes méthodes de recherche avec les spectres de rayons X donnent à penser que l'étude des rayonnements de faible énergie doit conduire à des résultats intéressants. Ce domaine a encore été relativement peu exploré jusqu'ici en raison de la complexité qui résulte de la superposition des rayons γ mous et des rayons X.

Ces discussions ont été exposées au Congrès de Physique tenu en septembre 1945 à l'Université de Bristol (Angleterre) [20].

Manuscrit reçu le 22 janvier 1947.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Fisk, *Proc. Roy. Soc.*, A, **143**, p. 674. — Hulme, Mott, Oppenheimer et Taylor, *Proc. Roy. Soc.*, A, **155**, p. 315.
[2] J. Thibaud, *Ann. de Physique*, 1946, **5**, p. 73.
[3] M. Valadarès, *Ibid.*, 1934, **2**, p. 197.
[4] J. Surugue, *Ibid.*, 1937, **8**, p. 484.
[5] M. Frilley, *J. de Physique*, 1940, **1**, p. 34.
[6] J. Surugue, *Ibid.*, 1942, **3**, p. 71.
[7] Tsien San Tsiang, *Ibid.*, 1942, **3**, p. 1.
[8] J. Surugue, *Ibid.*, 1938, **9**, p. 439.
[9] M. Frilley, *C. R. Acad. Sc.*, 1944, **218**, p. 505.
[10] Tsien San Tsiang et C. Marty, *C. R. Acad. Sc.*, 1945, **220**, p. 688.
[11] Tsien San Tsiang, *C. R. Acad. Sc.*, 1944, **218**, p. 503.
[12] L. Salguiero, *Thèse*, Lisbonne, 1945.
[13] Ouang Te Tchao, J. Surugue et Tsien San Tsiang, *C. R. Acad. Sc.*, 1943, **217**, p. 535.
[14] H. Richardson et A. Leigh-Smith, *Proc. Roy. Soc.*, 1937, **160**, p. 454.
[15] R. Arnoult, *Ann. de Physique*, 1939, **3**, p. 1.
[16] Tsien San Tsiang et C. Marty, *C. R. Acad. Sc.*, 1945, **221**, p. 177.
[17] M. Frilley et Tsien San Tsiang, *Ibid.*, 1945, **220**, p. 144.
[18] Coster et Kronig, *Physica*, 1935, **15**, p. 13. — M. Valadarès, communication privée.
[19] M. Lecoin, M. Perey et Tsien San Tsiang, *C. R. Acad. Sc.*, 1943, **217**, p. 146; *Cahiers de Physique*, 1944, **26**, p. 10.
[20] *Nature*, 1945, **156**, p. 543.
[21] J. Surugue, *J. de Physique*, 1946, **5**, p. 145.

MESURE DU PARCOURS MOYEN DES RAYONS α DU THORIUM PAR LA MÉTHODE PHOTOGRAPHIQUE

Par Mme Henriette FARAGGI.
Laboratoire Curie de l'Institut du Radium.

Sommaire. — Du parcours moyen des rayons α du thorium dans l'émulsion des plaques photographiques, on déduit leur parcours moyen dans l'air à 15°-760 mm, soit **2,43 ± 0,03 cm**, ce qui correspond à une énergie de **3,90 ± 0,02 MeV**. Discussion des résultats obtenus antérieurement pour des parcours extrapolés.

Le parcours dans l'air des rayons α du thorium a déjà fait l'objet de plusieurs mesures dont les résultats ne sont pas toujours concordants. Les parcours extrapolés dans l'air à 15°-760 mm obtenus par les différents auteurs sont les suivants :

	cm
Henderson et Nickerson (chambre de Wilson).....	2,59
Kurie et Knopff (chambre de Wilson).............	2,87
Ludwig (compteurs).............................	2,60
Henderson, Muskat et Crawford (halos pléochroïques)..	2,53
Schintelmeister (amplificateur proportionnel)......	2,73

L'étude du thorium pur est difficile : sa faible activité oblige à employer des sources épaisses, absorbant une partie du rayonnement, ce qui diminue la précision des méthodes habituelles de mesure de parcours : amplificateur proportionnel, chambre de Wilson, focalisation magnétique; des méthodes moins précises *a priori*, mais qui n'exigent pas l'emploi d'une source d'épaisseur finie, comme la méthode des halos pléochroïques (qui profite de l'accumulation au cours des siècles de rayonnements très faibles), permettent alors d'atteindre des résultats d'une précision comparable aux précédentes.

La méthode photographique est particulièrement intéressante pour l'étude des faibles activités : il suffit de prolonger suffisamment le temps de pose pour accumuler le rayonnement et atteindre les intensités mesurables et, d'autre part, l'imprégnation de l'émulsion par le produit radioactif [2] permet au rayonnement de se former au sein même de la couche sensible, sans absorption préalable.

1. Nous avons donc mesuré le parcours moyen des rayons α du thorium par la méthode photographique, à l'aide des plaques « Half-Tone Concentrated », préparées par Ilford Ltd. La plaque est plongée quelques minutes dans une solution diluée de nitrate de thorium, puis séchée rapidement. On laisse s'écouler entre l'imprégnation et le développement le temps nécessaire pour que le nombre de rayons émis atteigne une densité suffisante pour la commodité de l'observation, soit environ 1 000 trajectoires par centimètre carré, puis on développe.

Le laboratoire Curie nous a fourni du chlorure de thorium privé de radio-thorium par extraction périodique de mésothorium. La plaque obtenue après transformation en nitrate a témoigné de la reformation de dérivés dont le rayonnement atteignait le quart du rayonnement dû au thorium lui-même. Après élimination des dérivés par précipitation du thorium par l'eau oxygénée, la proportion de rayons dus aux dérivés est tombée à 1/10e.

Nous avons mesuré la longueur des trajectoires des rayons α du thorium dans l'émulsion photographique. Par comparaison avec les parcours du polonium, de l'uranium I et de l'uranium II dans les plaques, pour lesquels les parcours dans l'air sont connus, nous avons pu en déduire le parcours dans l'air et l'énergie correspondant au thorium.

Pour éviter les causes d'erreur accidentelles pouvant provenir, soit du temps variable d'hydratation des plaques, soit de légères variations dans la composition des émulsions, nous avons imprégné trois fragments de la même plaque de thorium, de polonium et d'uranium, dans des conditions identiques.

Un microscope à immersion fournit de la plaque photographique une image agrandie qui est observée par projection sur un écran dépoli. Le grossissement total est d'environ 1500. Les trajectoires se présentent alors comme des files de grains très serrés formant une ligne droite; il y a environ 26 grains par trace de thorium. Ces trajectoires ont toutes les orientations possibles dans l'épaisseur de la gélatine. On mesure la longueur de celles-là seules qui sont au point sur une portion suffisante de leur parcours. Étant donnée la faible profondeur de champ du microscope, cela revient à mesurer les traces d'inclinaison inférieure à 5°.

Nous avons mesuré environ 1000 traces de thorium, d'uranium et de polonium. Les plaques obtenues pour le thorium avant et après purification à l'eau oxygénée, quoique comportant des proportions différentes de trajectoires parasites, ont fourni des

valeurs identiques pour le parcours le plus probable. Les parcours obtenus pour U I, U II et Po diffèrent légèrement des valeurs obtenues antérieurement [2], ce qui est dû probablement à une différence dans la fabrication des deux séries de plaques.

2. On forme la courbe de répartition statistique des parcours en portant en abscisse la longueur mesurée x, et en ordonnée le nombre de rayons de longueur comprise entre $x + \Delta x$ et $x - \Delta x$, et en remplaçant le diagramme en escalier ainsi obtenu par la courbe continue enserrant la même surface et qui correspondrait à des intervalles dx infiniment petits. Les courbes ainsi obtenues (*fig.* 1) sont des

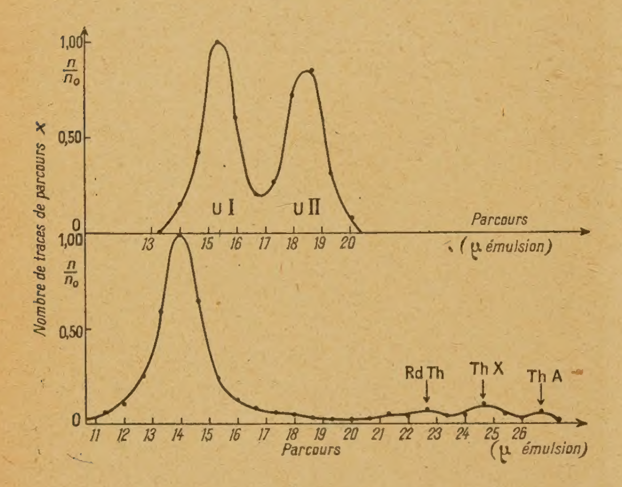


Fig. 1.

courbes de Gauss, parfaitement symétriques. Elles ne présentent pas l'habituel excès de rayons courts obtenu par d'autres méthodes, et inhérent à l'emploi d'une source extérieure d'épaisseur finie.

Les résultats de nos mesures sont contenus dans le tableau suivant :

	Longueur (µ).	Parcours dans l'air (cm) [4].	Équivalent en mm air de 1 µ émulsion.
Thorium.......	14,2 ± 0,2	–	–
Uranium I.....	15,5 ± 0,2	2,65	1,70
» II....	18,6 ± 0,2	3,21	1,72
Polonium......	21,5 ± 0,2	3,84	1,75

L'équivalent en air de 1 µ d'émulsion augmente légèrement avec le parcours. Les résultats obtenus pour U *I*, U *II* et Po permettent de tracer la courbe « parcours dans l'air-parcours dans la couche sensible », et de déduire de là le parcours dans l'air des rayons du thorium, connaissant leur parcours dans la gélatine. Nous avons adopté, pour les deux uraniums, les chiffres de Rayton et Wilkins, qui ont mesuré les rapports $\frac{UI}{Po}$ et $\frac{UII}{Po}$ [3] en tenant compte de la correction apportée par le nombre actuellement admis pour le parcours du polonium [4].

On trouve alors pour le parcours moyen des rayons α du thorium dans l'air à 15°-760 mm,

$$2,43 \pm 0,03 \text{ cm}.$$

Les légers maxima accusés par la courbe de répartition des parcours du thorium sont produits par les dérivés Rd Th, Th *X*, Th *A*, qui se situent dans la région du polonium. Des valeurs approchées des parcours peuvent être obtenues, bien que le nombre de rayons émis soit très faible : on trouve ainsi 4 cm pour Rd Th, 4,3 cm pour Th *X*, 4,7 cm pour Th *A*, ce qui est en bon accord avec les valeurs précises de 3,98, 4,28 et 4,73 cm.

3. Les mesures ainsi faites permettent de définir un parcours extrapolé qui diffère un peu du parcours extrapolé que l'on peut déduire des courbes d'ionisation de Bragg, comme nous le verrons plus loin d'une manière plus précise. Nous désignerons ce parcours par le terme de *parcours extrapolé* « *Nombre-parcours* » et le parcours déduit des courbes d'ionisation par le terme de *parcours extrapolé* « *Ionisation-parcours* ».

Le parcours extrapolé « nombre-parcours » s'obtient de la manière suivante : on trace la courbe du nombre de rayons de longueur supérieure à x en

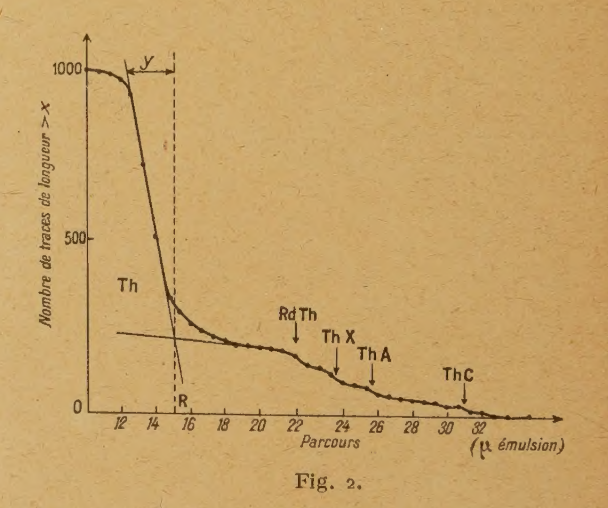


Fig. 2.

fonction de x : cette courbe se compose, pour chaque parcours, de deux branches presque horizontales reliées par une région de très forte pente, présentant un point d'inflexion; la tangente d'inflexion coupe le prolongement de la région inférieure de faible pente en un point dont l'abscisse R définit le parcours extrapolé en nombre-parcours (*fig.* 2).

On obtient ainsi pour le parcours extrapolé en nombre-parcours des rayons α du thorium dans l'air à 15°-760 mm :

$$2,56 \pm 0,05 \text{ cm}.$$

La largeur de la courbe « nombre de rayons de longueur x » en fonction de x est la même pour les quatre corps étudiés; elle est de 1,5 μ soit environ **2,5 mm d'air**. Ces courbes sont des courbes de Gauss dont l'équation générale est

$$y = \frac{1}{a\sqrt{\pi}} e^{-\frac{(x-l)^2}{a^2}},$$

où l est le parcours moyen et a le module de la loi de probabilité. On trouve ici $a = 1\,\mu$. Le module α qui correspondrait à des intervalles dx infiniment petits, obtenu d'après les courbes de correction [5], est de 0,94 μ ou **1,6 mm d'air**. Le coefficient de fluctuation de nos mesures, $\rho = \frac{\alpha}{l}$, est donc de **0,06** pour U et Th, de 0,05 pour Po.

L'écart entre le coefficient de fluctuation donné par l'expérience et le coefficient théorique provient des conditions expérimentales. Les longueurs des trajectoires des rayons α dans l'émulsion sont mesurées par le nombre de grains de bromure d'argent traversés, le parcours dans la gélatine ne laissant pas de trace visible. Le parcours réel peut donc excéder le parcours mesuré de l'intervalle entre deux grains, au début ou à la fin de la trajectoire. D'autre part, la densité de répartition des grains dans la gélatine n'est pas non plus rigoureusement constante et fluctue, elle aussi, autour d'une valeur moyenne. D'où l'élargissement de la raie par rapport aux fluctuations théoriques. L'erreur globale est cependant inférieure à 1,5 pour 100.

4. *Discussion.* — Le nombre que nous avons obtenu pour le parcours moyen des rayons α du thorium est un peu inférieur aux nombres obtenus jusqu'à présent, qui concernent tous des parcours extrapolés. Notre parcours extrapolé se place dans la bande très large des résultats acquis. Il semble possible de trouver la raison de ces divergences dans la notion même de parcours extrapolé, qui dépend dans une large mesure des conditions expérimentales.

Nous avons vu qu'il y a deux parcours extrapolés : *a*) le parcours R (ionisation-parcours) déduit des courbes de Bragg, est lié au parcours moyen l par la relation empirique de Livingstone et Holloway [4]

$$R - l = 0{,}48\alpha - 0{,}006 \quad \text{en cm air},$$

α étant le module de la loi de répartition statistique

$$y = \frac{1}{\alpha\sqrt{\pi}} e^{-\frac{(x-l)^2}{\alpha^2}};$$

b) le parcours extrapolé R en nombre-parcours est lié au parcours moyen par la relation

$$R - l = \frac{\alpha\sqrt{\pi}}{2}$$

en se limitant aux termes du premier ordre.

Pour un même parcours moyen, le parcours extrapolé, quel qu'il soit, est donc lié directement au module α, et il sera *d'autant plus grand que la courbe sera plus large et les mesures plus dispersées.*

Pour un seul parcours moyen, il est donc possible d'obtenir des parcours extrapolés de deux types, et dans chaque série, les parcours extrapolés sont proportionnels aux α qui dépendent des conditions expérimentales dans de larges mesures; il n'est donc pas très étonnant que les résultats exprimés en parcours extrapolés (dont on ne souligne pas toujours la nature différente) manquent d'homogénéité.

Compte tenu de la correction à apporter au module a pour tenir compte de la valeur finie des intervalles Δx, deux facteurs contribuent à déterminer la largeur de la courbe de Gauss :

1° un facteur théorique, indépendant de la méthode de mesure employée et qui peut être calculé. Il obéit à la loi de probabilité

$$y = \frac{1}{\alpha_1\sqrt{\pi}} e^{-\frac{(x-l)^2}{\alpha_1^2}}.$$

2° un facteur expérimental, lié au fait que chaque mesure est entachée d'erreurs imprévisibles et qui affecte chaque parcours mesuré d'une fluctuation

$$y = \frac{1}{\alpha_2\sqrt{\pi}} e^{-\frac{(x-l)^2}{\alpha_2^2}}.$$

La superposition de ces deux effets conduit à la loi effectivement observée

$$Y = \frac{1}{\alpha\sqrt{\pi}} e^{-\frac{(x-l)^2}{\alpha^2}}$$

avec

$$\alpha^2 = \alpha_1^2 + \alpha_2^2.$$

Les parcours extrapolés obtenus par différents dispositifs, et correspondant à un même parcours moyen, différeront les uns des autres, car les α_2 correspondants seront différents, et seront d'autant plus grands que les mesures seront moins précises.

Il est assez fréquent de voir déduire le parcours moyen du parcours extrapolé en prenant pour α la valeur théorique α_1 sans tenir compte du facteur α_2. Les parcours moyens ainsi obtenus seront donc généralement trop longs. Les largeurs des raies obtenues par les diverses méthodes étant assez variables, il n'est pas étonnant que les résultats ne soient pas concordants. De plus, la définition même du parcours extrapolé en nombre-parcours, par l'intersection de la ligne de forte pente avec le prolongement de la ligne de faible pente, prête à de multiples déterminations, surtout lorsque le rayonnement émis est complexe, comme c'est le cas pour l'uranium et pour le thorium. C'est ainsi que

Henderson et Nickerson, d'une part, Kurie et Knopff d'autre part, ayant mesuré à la chambre de Wilson le parcours du thorium, trouvèrent respectivement pour parcours « nombre-parcours » 2,59 et 2,87 cm, les premiers en se servant directement de la courbe nombre-parcours, les autres en utilisant un papier gradué en fonction de probabilité; la différence provenait pour une grande part du procédé employé pour déduire le parcours des données expérimentales [6].

On peut obtenir une valeur approchée du module α gobal en mesurant, sur la courbe nombre-parcours, la distance y qui sépare les abscisses des extrémités de la région de pente rapide (*fig.* 2). Le module α est lié à y par la relation empirique [4]

$$\alpha = 0{,}987y - 0{,}16 \quad \text{en cm air.}$$

On peut alors déduire le parcours moyen l des valeurs des parcours extrapolés par les deux relations

$$l = R - 0{,}048\alpha + 0{,}006 \qquad \text{et} \qquad l = R - \frac{\alpha\sqrt{\pi}}{2}.$$

Nous avons calculé par ce procédé les parcours moyens que l'on peut déduire des courbes de parcours extrapolés publiées par les divers auteurs. Bien que peu précis, ce procédé nous a permis de constater que les nombres ainsi obtenus sont beaucoup plus concordants, et qu'ils sont compatibles avec celui que nous avons nous-même obtenu directement pour le parcours moyen. On trouve, en effet, les chiffres suivants :

	Extrapolé N.P. (cm).	Moyen (cm).
Henderson et Nickerson........	2,59	2,41
Kurie et Knopff................	2,87	2,46
Schintelmeister................	2,73	2,45

et la mesure directe du parcours moyen exposée dans ce travail est **2,43 cm**.

Schintelmeister fournit une valeur du parcours moyen qu'il déduit de sa mesure de parcours extrapolé en nombre-parcours en faisant la seule correction théorique du terme en α_1; or, les courbes qu'il publie en même temps semblent indiquer un facteur expérimental non négligeable. La largeur de la courbe est au minimum de 0,5 cm d'air, soit environ le double de celles que l'on obtient par la méthode photographique. La correction correspondant à cette largeur conduit à une valeur de 2,45 cm, alors qu'il indique 2,70 cm, nettement trop élevé.

Pour toutes ces raisons, il est préférable, toutes les fois que cela est possible, de substituer la mesure du parcours moyen à celle des parcours extrapolés. La méthode photographique a l'avantage de fournir des courbes symétriques, très voisines du type de Gauss dans toute leur étendue, ce qui permet la mesure du parcours moyen avec une bonne précision. On obtient ainsi une donnée indépendante des conditions expérimentales. Toutefois, il convient de remarquer que les résultats ainsi obtenus, de même que ceux fournis par la chambre de Wilson, sont, d'une manière générale des résultats par défaut, par suite de l'absence possible d'un grain au début ou à la fin de la trajectoire.

Conclusion. — La mesure que nous avons faite du parcours moyen des rayons α du thorium conduit à la valeur de

2,43 ± 0,03 cm

dans l'air à 15°-760 mm, ce qui correspond à une énergie de

3,90 ± 0,02 MeV

et à une vitesse d'émission de

1,362.10⁹ cm : s.

Je suis très reconnaissante à Mme Joliot-Curie de m'avoir suggéré ce travail et de l'avoir constamment suivi avec bienveillance et je remercie vivement M. Tsien San-Tsiang des conseils qu'il m'a donnés.

Manuscrit reçu le 16 décembre 1946.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Henderson et Nickerson, *Phys. Rev.*, 1930, **36**, p. 1344. — Kurie et Knopff, *Phys. Rev.*, 1933, **43**, p. 311. — — Henderson, Muskat et Crawford, *Proc. Roy. soc.*, 1937, A **158**, p. 199. — Ludwig, *Diss. Tübingen*, 1932. — Schintelmeister, *Akad. Wiss. Wien*, 1937, Br **146**, **2** à **5**, **6**, p. 371.
[2] Tsien San-Tsiang, Chastel, Mme Faraggi et Vigneron, *C. R. Acad. Sc.*, 1946, **223**, p. 571.
[3] Rayton et Wilkins, *Phys. Rev.*, 1938, **54**, p. 18.
[4] Livingstone et Holloway, *Phys. Rev.*, 1938, **54**, p. 18.
[5] I. Curie, *Ann. de Phys.*, 1925, **3**, p. 328.
[6] Henderson et Laurence, *Phys. Rev.*, 1937, **52**, p. 46

SÉLECTEUR ÉLECTRONIQUE D'AMPLITUDES ASSOCIÉ A UNE ÉCHELLE DE RÉDUCTION

Par T. KAHAN et A. KWARTIROFF.

Sommaire. — Description d'un dispositif trieur d'amplitudes d'impulsions qui sépare les unes des autres les différentes impulsions et permet de les enregistrer par des numérateurs téléphoniques. Le circuit à échelle de n associé à ce dispositif permet, à volonté, d'enregistrer seulement une impulsion sur un nombre n quelconque d'impulsions reçues.

Dans un précédent travail (1) nous avons décrit un dispositif analyseur qui permet de trier les impulsions provenant d'une source quelconque (compteur Geiger-Muller, etc.) en fonction de leur amplitude. Nous avions indiqué les limitations inhérentes à l'appareil que nous avons réalisé, limitations dues, par exemple, à la forme des signaux et à leurs déphasages relatifs.

Dans le présent dispositif, nous avons cherché et réussi à éliminer ces limitations et à réaliser un sélecteur d'amplitudes d'impulsions associé à un circuit d'échelle qui soit indépendant de la forme, du déphasage et de la durée des impulsions à trier.

Nous allons nous borner à décrire un sélecteur à trois voies qui permet de trier trois impulsions d'amplitudes a, b, c avec $a < b < c$. Suivant le schéma de la figure 1, les impulsions arrivent à travers la capacité C_0 dans un étage cathodique T_1, dont la fonction est de transformer l'impédance de sortie du générateur d'impulsion (2) en une basse impédance adaptée au sélecteur. La diode T_2 sert à définir un potentiel de référence constant. Les trois amplitudes a, b, c sont écrêtées par les diodes T_3, T_9, T_{16} convenablement polarisées et sont aiguillées ensuite à travers les circuits à constante de temps faible (C_1, R_6), (C_{11}, R_{26}) et (C_{21}, R_{46}) (circuits différentiateurs) vers les étages d'oscillateurs bloqués constitués par les transformateurs B_1, B_2, B_3 et les lampes T_4, T_{10} et T_{17}.

Le rôle des circuits différentiateurs est de dériver les impulsions de forme et de durée variables de façon à les transformer toutes en des impulsions de très brève durée. Les oscillateurs bloqués étant polarisés au delà de leur point de fonctionnement ne se déclenchent que pour effectuer une seule oscillation sous l'action de chaque impulsion dérivée. Les impulsions issues des étages bloqués acquièrent, de la sorte, la même durée, la même amplitude et la même forme. Elles traversent ensuite les étages T_5, T_{11} et T_{18} qui permettent, d'une part de séparer les étages bloqués des étages suivants (découplage), et d'autre part de disposer d'impulsions à la fois positives et négatives. Pour éviter toute confusion, nous allons suivre jusqu'à nouvel ordre la voie I affectée aux grandes impulsions c. Les impulsions positives issues de la plaque du tube T_5 sont acheminées, à travers la diode T_6, sur la capacité d'intégration C_7. Celles-ci est prévue pour accumuler un nombre défini n d'impulsions. A la fin de la $n^{\text{ième}}$ impulsion, la différence de potentiel à ses bornes est suffisante pour déclencher l'unique oscillation de l'oscillateur bloqué B_4, T_7, laquelle oscillation déclenche à son tour le numérateur mécanique N_1 qui enregistre ainsi un coup correspondant à n impulsions (3).

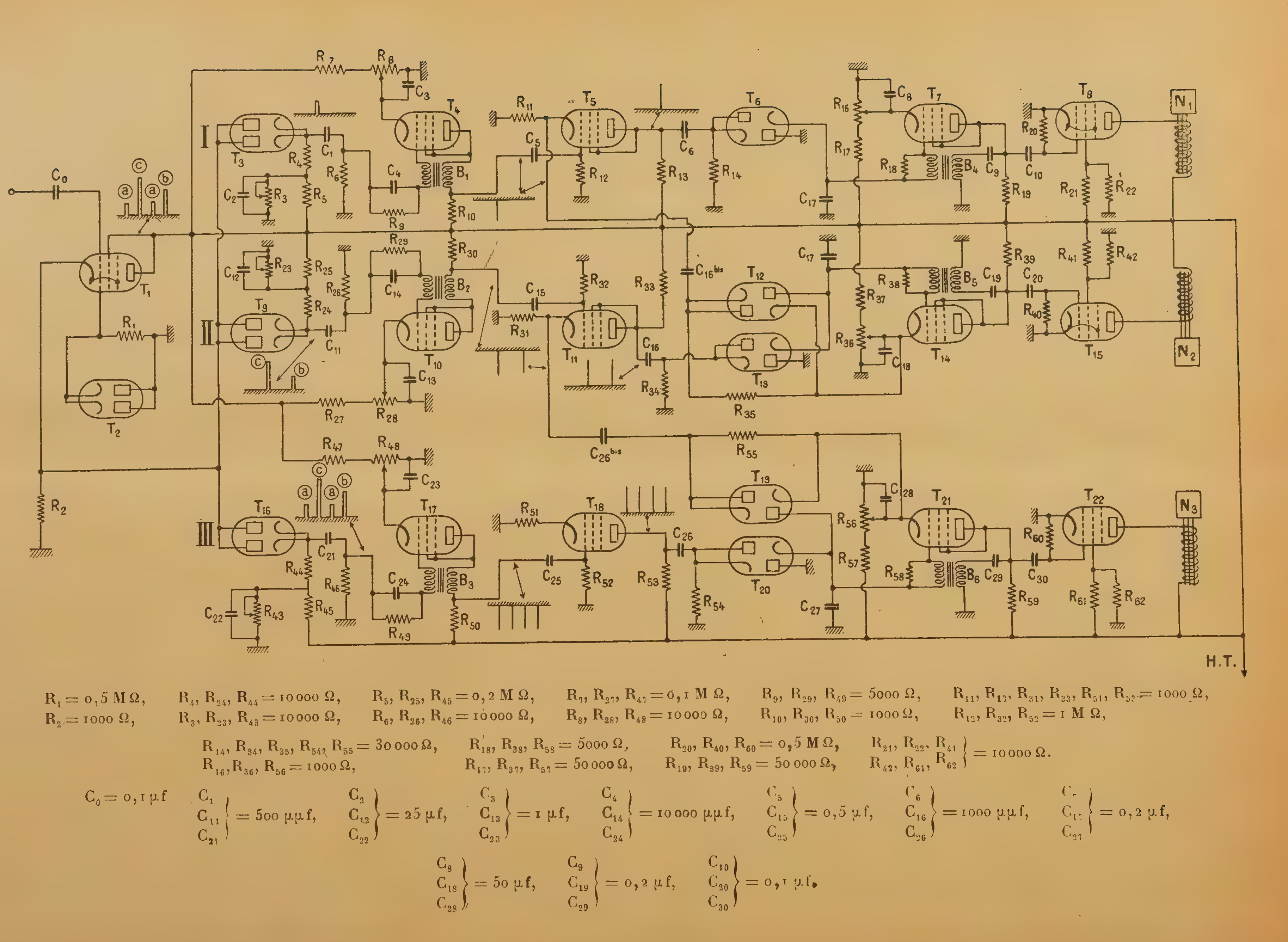
On a réalisé de la sorte une échelle de réduction dans le rapport de n à 1. Le condensateur C_7 se décharge à travers les deux systèmes de la double diode T_6.

Dans la voie II qui ne doit compter que les impulsions b, il faut éliminer les impulsions c qui passent en même temps que les impulsions b. Pour cela, on envoie les impulsions négatives c provenant de la cathode de la lampe T_5 de la voie I, dans la voie II de façon à annuler les impulsions positives c qui passent dans cette dernière voie avec les impulsions b. A cet effet, les impulsions négatives sont amenées sur la capacité d'intégration C_{17} de la voie II où, à travers la diode T_{12}, elles annulent précisément les charges positives c provenant de la voie II. Notons que la capacité C_{17} ne peut se décharger à travers la diode T_{12} en l'absence d'impulsion négative car le potentiel de la cathode T_{12} est le même que celui de la cathode de la lampe bloquée T_{14}.

(1) T. KAHAN et A. KWARTIROFF, *J. de Physique*, oct. 1946, **7**, p. 300.

(2) *Loc. cit.*

(3) T. KAHAN et A. KWARTIROFF, *C. R. Acad. Sc.*, 1946. **223**, p. 988.



$R_1 = 0,5$ MΩ, $R_2 = 1000$ Ω,

$R_4, R_{24}, R_{44} = 10000$ Ω, $R_3, R_{23}, R_{43} = 10000$ Ω,

$R_5, R_{25}, R_{45} = 0,2$ MΩ, $R_6, R_{26}, R_{46} = 10000$ Ω,

$R_7, R_{27}, R_{47} = 0,1$ MΩ, $R_8, R_{28}, R_{48} = 10000$ Ω,

$R_9, R_{29}, R_{49} = 5000$ Ω, $R_{10}, R_{30}, R_{50} = 1000$ Ω,

$R_{11}, R_{13}, R_{31}, R_{33}, R_{51}, R_{53} = 1000$ Ω, $R_{12}, R_{32}, R_{52} = 1$ MΩ,

$R_{14}, R_{34}, R_{35}, R_{54}, R_{55} = 30000$ Ω, $R_{16}, R_{36}, R_{56} = 1000$ Ω,

$R'_{18}, R_{38}, R_{58} = 5000$ Ω, $R_{17}, R_{37}, R_{57} = 50000$ Ω,

$R_{20}, R_{40}, R_{60} = 0,5$ MΩ, $R_{19}, R_{39}, R_{59} = 50000$ Ω,

$R_{21}, R_{22}, R_{41}, R_{42}, R_{61}, R_{62} = 10000$ Ω.

$C_0 = 0,1$ µf

$C_1, C_{11}, C_{21} = 500$ µµf, $C_2, C_{12}, C_{22} = 25$ µf, $C_3, C_{13}, C_{23} = 1$ µf, $C_4, C_{14}, C_{24} = 10000$ µµf, $C_5, C_{15}, C_{25} = 0,5$ µf, $C_6, C_{16}, C_{26} = 1000$ µµf, $C_7, C_{17}, C_{27} = 0,2$ µf,

$C_8, C_{18}, C_{28} = 50$ µf, $C_9, C_{19}, C_{29} = 0,2$ µf, $C_{10}, C_{20}, C_{30} = 0,1$ µf.

On procède de la même façon pour la voie III, destinée à compter seulement les impulsions *a*. Il s'agit d'éliminer sur la capacité d'intégration C_{27} de cette voie les impulsions *c* et *b*. Pour cela, on aiguille sur ce condensateur les impulsions *négatives c* et *b* provenant de la voie II (prélevées sur la cathode de la lampe T_{11} de cette voie) à travers la double diode T_{19} et ce, par le mécanisme d'élimination analogue à celui mis en œuvre entre les voies I et II.

Il va de soi qu'il importe grandement d'éliminer tout courant de fuite dans les capacités d'intégration. Il faut, pour cela, isoler avec beaucoup de soins les transformateurs des oscillateurs bloqués B_4, B_5 et B_6, isolement que nous avons assuré entre autres en séparant les secondaires de ces transformateurs de la source de haute tension à l'aide des capacités C_9, C_{19} et C_{29}.

On voit que, grâce à l'artifice qui consiste à transformer des impulsions de forme, d'amplitude et de durée variables en impulsions toutes de même amplitude, de même forme et de même durée, nous avons réussi, en faisant appel à des étages d'oscillateurs bloqués, à éliminer les difficultés provenant du déphasage ainsi que de la forme des impulsions à dénombrer.

Manuscrit reçu le 15 janvier 1947.

SUPERPOSITION DE PLUSIEURS DISTRIBUTIONS LUMINEUSES. APPLICATION A LA RECHERCHE D'UN ÉLARGISSEMENT DES RAIES PAR RÉFLEXIONS SUCCESSIVES

Par MM. Jean ROIG et Jean GOBERT.
Institut de Physique de Lille.

Sommaire. — Une radiation lumineuse est analysée par un appareil interférentiel après avoir subi divers élargissements successifs. Chacune de ces opérations impose à une radiation monochromatique incidente une distribution lumineuse. La distribution résultante ne dépend pas de l'ordre des opérations successives. Nous indiquons comment on peut la calculer à partir de la frange monochromatique. L'expérience ne nous ayant montré aucun élargissement par réflexion, nous déduisons de ces calculs une limite supérieure pour cet élargissement.

1. Dans une note récente [1] nous avons montré que l'on obtient les mêmes franges dans un réseau à échelons en utilisant la lumière directe d'une lampe à cadmium (raie 6438 Å) ou la même lumière après 25 réflexions totales successives à l'intérieur d'une lame de verre. S'il y a un élargissement de la raie par réflexion, il donne aux franges un élargissement inobservable. Nous nous proposons de déduire du résultat négatif de nos mesures une limite supérieure de la largeur qu'aurait, après une seule réflexion, une radiation incidente parfaitement monochromatique.

La répartition de l'intensité lumineuse dans les franges dépend :

1° de la forme de la radiation initiale;

2° des élargissements successifs au cours des 25 réflexions totales;

3° de la forme des franges que donnerait l'échelon pour une radiation parfaitement monochromatique.

Nous avons à traiter le problème général de la superposition de plusieurs distributions lumineuses; l'expérience nous permet de supposer que l'élargissement dû aux réflexions est petit par rapport à la largeur des franges.

2. **Superposition de deux distributions lumineuses.** — Une source lumineuse émet une radiation simple dont le maximum d'intensité correspond au nombre d'ondes ν_0. Posons $\nu = \nu_0 + \beta$, la distribution lumineuse dans la raie est

$$I = g(\beta). \tag{1}$$

Le plus souvent, la fonction g est paire; elle est représentée par une courbe en cloche (*fig.* 1).

Le maximum sera pris pour unité d'intensité.

Pour $I = 0{,}5$ on obtient un palier de largeur $2\Delta\beta$.

[1] J. Roig et J. Gobert, *C. R. Acad. Sc.*, 1945, **221**, p. 620.

Observons maintenant cette radiation avec un appareil interférentiel qui donnerait pour une raie parfaitement monochromatique $\nu = \nu_0$, une frange d'ordre h.

Soit M un point quelconque de la figure d'interférences. Ce point coïncide avec le maximum d'ordre h pour la radiation $\nu_0 + \alpha$.

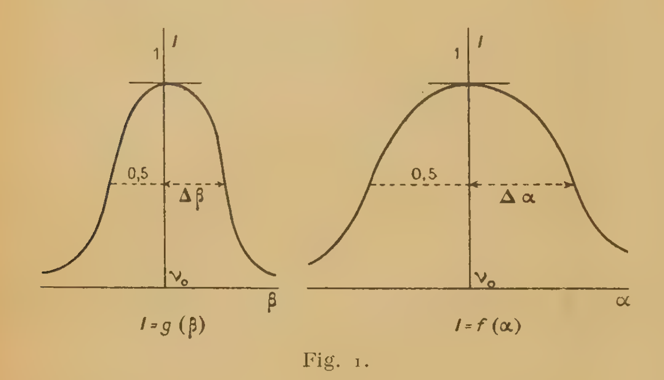


Fig. 1.

La distribution lumineuse dans la frange, pour la raie ν_0, est

$$I = f(\alpha), \tag{2}$$

I est maximum et égal à 1 pour $\alpha = 0$; la fonction f est paire; pour $I = 0{,}5$, on obtient un palier de largeur $2\,\Delta\alpha$.

Nous supposerons que la fonction $g\,(\alpha)$ est négligeable, dès que β est supérieur à un nombre ε petit devant $\Delta\alpha$; en particulier, le rapport $\frac{\Delta\beta}{\Delta\alpha}$ est petit devant l'unité; ce sera le cas si l'on examine une raie très fine. On aurait, d'ailleurs, le même calcul dans l'hypothèse contraire, c'est-à-dire pour l'étude d'une raie large avec un appareil à grand pouvoir de résolution.

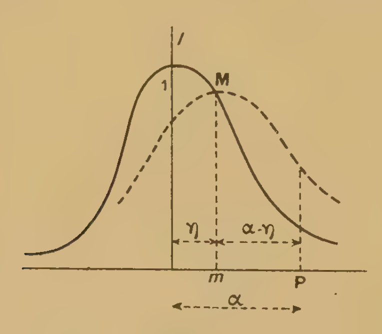


Fig. 2.

Avec les hypothèses faites, quelle sera la distribution lumineuse observée ? Calculons l'intensité résultante au point P d'abscisse α.

Soit, sur le diagramme $I = g\,(\beta)$, un point courant M, d'abscisse η; en ce point, la raie incidente a une intensité (*fig.* 2)

$$I = g(\eta),$$

La radiation monochromatique $\nu_0 + \eta$ donne une frange dont le maximum est en M et qui crée, au point P, un éclairement proportionnel à

$$\mathrm{d}I = mMf(\alpha - \eta)\,\mathrm{d}\eta = g(\eta)f(\alpha - \eta)\,\mathrm{d}\eta.$$

L'éclairement résultant au point P est alors

$$I_1(\alpha) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\eta)f(\alpha - \eta)\,\mathrm{d}\eta. \tag{3}$$

D'après notre hypothèse, dans le domaine où $g\,(\eta)$ n'est pas négligeable, $f\,(\alpha - \eta)$ varie peu; nous le développerons en série en négligeant les termes du troisième ordre.

$$I_1 = f(\alpha)\int_{-\infty}^{+\infty} g(\eta)\,\mathrm{d}\eta - f'(\alpha)\int_{-\infty}^{+\infty} \eta g(\eta)\,\mathrm{d}\eta + \frac{f''(\alpha)}{2}\int_{-\infty}^{+\infty} \eta^2 g(\eta)\,\mathrm{d}\eta,$$

la fonction g étant paire, le deuxième terme est nul. Posons

$$\boxed{A = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\eta)\,\mathrm{d}\eta), \qquad B = \int_{+\infty}^{+\infty} \eta^2 g(\eta)\,\mathrm{d}\eta.} \tag{4}$$

D'après nos hypothèses, g tend très rapidement vers zéro, les deux intégrales sont convergentes.

B diffère peu de

$$\int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} \eta^2 g(\eta)\,\mathrm{d}\eta < \varepsilon^2 \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} g(\eta)\,\mathrm{d}\eta \quad \text{ou} \quad \varepsilon^2 A.$$

B est donc un infiniment petit du deuxième ordre par rapport à A.

$$I_1 = A\,f(\alpha) + \frac{B}{2}f''(\alpha).$$

Prenons pour unité l'ordonnée du maximum ($\alpha = 0$)

$$I_1 = \frac{A\,f(\alpha) + \frac{B}{2}f''(\alpha)}{A\,f(0) + \frac{B}{2}f''(0)} = f(\alpha) + \frac{1}{2}\frac{B}{A}[f''(\alpha) - f(\alpha)f''(0)].$$

Si la radiation incidente était parfaitement monochromatique, nous aurions

$$I = f(\alpha).$$

La largeur de la raie provoque au point d'abscisse α une variation d'intensité

$$\Delta I = I_1 - I = \frac{1}{2}\frac{B}{A}[f''(\alpha) - f(\alpha)f''(0)]. \tag{5}$$

On en déduit, pour une même ordonnée, l'écart $\Delta\alpha$ entre les abscisses des deux courbes, quand on fait

coïncider leurs maxima

$$\frac{\Delta I}{\Delta\alpha} = -\frac{dI}{d\alpha} = -f'(\alpha),$$

$$\boxed{\Delta\alpha = -\frac{1}{2}\frac{B}{A}\frac{f''(\alpha) - f(\alpha) f''(0)}{f'(\alpha)},} \qquad (6)$$

$f''(0)$ est négatif, puisque la concavité de la courbe est tournée vers le bas, pour le maximum; l'élargissement observé sera d'autant plus grand que la frange donnée par une raie monochromatique possède, toutes choses égales d'ailleurs, un maximum plus aigu.

3. **Superposition de plusieurs distributions lumineuses.** — Reprenons la radiation incidente

$$I = g(\beta).$$

Supposons que cette lumière subisse, avant d'atteindre l'appareil analyseur, un nombre N d'élargissements successifs, et que chacune de ces opérations donne, pour une radiation monochromatique incidente, une distribution

$$I = h(\alpha).$$

Le résultat des N opérations donnerait, pour une raie monochromatique, la répartition résultante

$$I = H(\alpha).$$

Par hypothèse, la largeur ainsi obtenue est petite par rapport à la largeur des franges données par l'appareil interférentiel et nous faisons, sur $H(\alpha)$, les mêmes hypothèses que sur $g(\beta)$ précédemment.

Enfin, l'instrument d'observation donne, pour une raie monochromatique, la frange

$$I = f(\alpha).$$

Toujours dans le cas d'une raie monochromatique, la superposition des N élargissements successifs et de la répartition lumineuse dans les franges, donne la distribution

$$I(\alpha) = \int_{-\infty}^{+\infty} H(\eta) f(\alpha - \eta)\, d\eta.$$

Faisons le changement de variable $\alpha - \eta = u$:

$$I(\alpha) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(u) H(\alpha - u)\, du.$$

Cela signifie qu'on aura la même distribution lumineuse si la lumière subit d'abord l'élargissement f, puis l'élargissement H. On peut permuter, dans un ordre quelconque, ces diverses opérations.

Nous pouvons donc effectuer le calcul en supposant que la radiation incidente $g(\alpha)$ subit d'abord l'élargissement défini par f, puis les N élargissements successifs.

La distribution qui résulte de la superposition de g et de f sera représentée par

$$I = F(\alpha)$$

en posant symboliquement

$$[F] = [g] + [f].$$

La forme de la fonction F sera donnée expérimentalement par l'observation directe de la source à travers l'appareil à interférences; c'est ce que nous avons fait dans notre recherche d'un élargissement par réflexion. Pour une réflexion intermédiaire, nous aurons la distribution résultante I_1 :

$$I_1 - I = \frac{1}{2}\frac{B}{A}[F''(\alpha) - F''(0) F(\alpha)]$$

avec

$$A = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\eta)\, d\eta, \qquad B = \int_{-\infty}^{+\infty} \eta^2 h(\eta)\, d\eta.$$

Comme l'expérience ne montre après 25 réflexions aucun élargissement mesurable, I_1 et I ne diffèrent que d'une quantité négligeable, et au point de vue physique, nous pouvons admettre qu'il en sera de même de leurs dérivées; nous aurons, pour la deuxième réflexion,

$$I_2 - I_1 = \frac{1}{2}\frac{B}{A}[F''(\alpha) - F''(0) F(\alpha)].$$

Finalement, tous les effets étant additifs, nous aurons, pour N réflexions,

$$\Delta I = I_n - I = \frac{N}{2}\frac{B}{A}[F''(\alpha) - F''(0) F(\alpha)]. \qquad (7)$$

L'élargissement $\Delta\alpha$ sera pour le point d'abscisse α,

$$\boxed{\Delta\alpha = -\frac{N}{2}\frac{B}{A}\frac{F''(\alpha) - F''(0) F(\alpha)}{F'(\alpha)}} \qquad (8)$$

4. **Application numérique.** — Rappelons les résultats de nos mesures :

1. La courbe expérimentale obtenue pour F est assez bien représentée par une formule du type

$$I = e^{-\frac{\alpha^2}{p^2}} = F(\alpha). \qquad (9)$$

Le domaine spectral compris entre deux franges successives est $\Delta\lambda = 0{,}760$ Å; la demi-largeur β d'une frange est le 20e de l'interfrange.

2. Nous pourrions constater sans difficulté une variation

$$\frac{\Delta\beta}{\beta} = \frac{1}{20}.$$

Il en résulte, qu'après 25 réflexions successives, l'élargissement $\Delta\beta$ d'une frange mesuré dans l'échelle des longueurs d'onde est inférieur à 0,002 Å.

Nous pouvons maintenant calculer la limite

supérieure qui en résulte, pour l'élargissement, au cours d'une seule réflexion, d'une raie parfaitement monochromatique. La formule (8) nous donne ici

$$\frac{\Delta(\alpha)}{\alpha} = \frac{N}{p^2}\,\frac{B}{A}.$$

Nous ignorons, *a priori*, la forme de la fonction *h*, mais on peut généralement représenter une raie élargie par une expression du type

$$h = \mathrm{e}^{-\frac{\alpha^2}{q^2}}.$$

Nous nous proposons simplement de trouver un ordre de grandeur et, d'ailleurs, la fonction *h* n'intervient que dans le calcul de deux intégrales.

$$A = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{e}^{-\frac{\alpha^2}{q^2}}\,\mathrm{d}\alpha = q\sqrt{\pi},$$

$$B = \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha^2\,\mathrm{e}^{-\frac{\alpha^2}{q^2}}\,\mathrm{d}\alpha = \frac{1}{2}q^3\sqrt{\pi},$$

$$\frac{B}{A} = \frac{q^2}{2}.$$

Nous avons donc finalement

$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha} = \frac{N}{2}\,\frac{q^2}{p^2} \quad \text{avec} \quad N = 25, \qquad \frac{\Delta\alpha}{\alpha} < \frac{1}{20},$$

$$q < \frac{p}{16}.$$

Les demi-largeurs des distributions *F* et *h* sont proportionnelles à *q* et *p*; dans l'échelle des longueurs d'onde, on aura donc, pour l'élargissement par réflexion, une valeur inférieure à

$$\Delta\eta = \frac{\Delta\beta}{16} \quad \text{ou} \quad \frac{0{,}760}{16 \times 20} = 0{,}0024\ \text{Å}$$

pour la raie 6438 Å du cadmium.

Des mesures de M. Cabannes (²) ont montré, d'autre part, que la réflexion ne modifie pas la position du maximum d'une raie à 0,001 Å près.

Ces deux résultats négatifs, permettent de supposer que, même pour des pouvoirs de résolution plus élevés, on pourrait constater que la réflexion ne modifie ni la longueur d'onde, ni la structure des radiations incidentes.

(²) Jean Cabannes, *La diffusion moléculaire de la lumière* (*Recueil des Conférences rapports*, p. 84).

Manuscrit reçu le 27 janvier 1947.

L'EFFET ZEEMAN DES RAIES MULTIPOLAIRES EN THÉORIE CLASSIQUE DU RAYONNEMENT

Par ÉMILE DURAND.

Sommaire. — On commence par calculer l'intensité des raies multipolaires en l'absence de champ dans l'hypothèse d'une répartition isotrope d'oscillateurs harmoniques.

On calcule ensuite la décomposition en présence de champ, dans toutes les directions d'observation pour les raies dipolaires, quadrupolaires, octopolaires; la somme des intensités des raies de la décomposition est toujours égale à l'intensité de la raie unique en l'absence de champ.

Dans le cas général d'une raie multipolaire, on se borne à l'observation dans la direction du champ et dans la direction perpendiculaire; la décomposition est la même pour toutes les raies d'un rang polaire déterminé 2^{q+1} et elle est d'autant plus complexe que q est plus grand; l'aspect n'est pas le même suivant que q est pair ou impair.

Bien entendu, ces résultats de la théorie classique ne peuvent s'appliquer qu'à des raies de singulets pour lesquelles les effets de spin n'interviennent pas.

1. **Les raies multipolaires en l'absence de champ.** — En l'absence de champ magnétique, on suppose que la charge électrique (négative et égale à celle de l'électron) oscille sinusoïdalement de M en M′ (*fig.* 1).

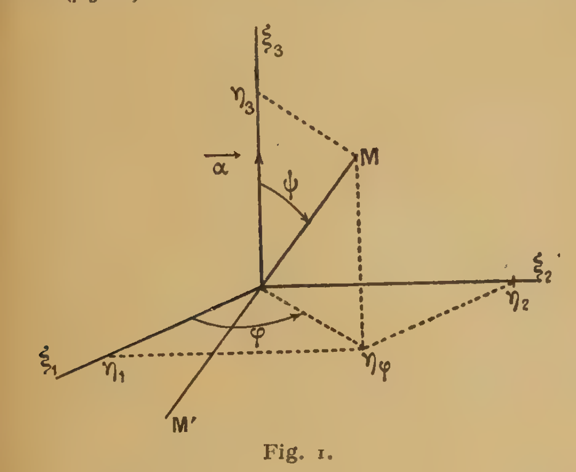


Fig. 1.

On a

$$\overline{\mathrm{OM}} = \eta = \sqrt{\eta_u^u} = \sqrt{\eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2},$$

avec

$$\eta_1 = \eta \sin\psi \cos\varphi, \qquad \eta_2 = \eta \sin\psi \sin\varphi, \qquad \eta_3 = \eta \cos\psi.$$

Le mouvement de la charge a pour expression

$$\xi_u = \eta_u \cos\left[\frac{2\pi}{c}\nu x_4 + \Omega\right] \tag{1}$$

avec $u = 1, 2, 3, \qquad x_4 = ct.$

Soient α_u les vecteurs unitaires de la direction d'observation. On ne diminue pas la généralité du problème en faisant $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$, $\alpha_3 = 1$, car l'oscillateur a une position quelconque par rapport aux axes.

Nous avons donné ailleurs [1], l'expression des termes multipolaires pour les potentiels A_u et A_4 d'une charge en mouvement; pour le terme 2^{q+1} polaire, on a

$$A_u^{(q)} = \frac{-e}{q!}(\partial_4)^q[(\alpha_\nu \xi^\nu)^q \dot{\xi}_u]_\tau, \qquad A_4^{(q)} = \alpha_\nu A^\nu. \tag{2}$$

(Il y a une sommation sur l'indice ν de 1 à 3; on a écrit ∂_4 ou $\frac{\partial}{\partial x_4}$ au lieu de $\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}$; $\tau = x_4 - x_3$.)

On peut en déduire le champ électrique E_u (vecteur de Fresnel de l'onde lumineuse) par les formules habituelles :

$$\left.\begin{aligned} E_u &= -[\partial_4 A_u + \partial_u A_4] = \partial_4[\alpha_u A_4 - A_u], \\ \partial_u &= \frac{\partial}{\partial x_u} \qquad (u = 1, 2, 3). \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Comme

$$[\dot{\xi}_u]_\tau = -B\eta_u \sin\Phi$$

avec

$$B = \frac{2\pi\nu}{c} \qquad \text{et} \qquad \Phi = \frac{2\pi\nu}{c}\tau + \Omega,$$

on en déduit, pour le champ électrique 2^{q+1} polaire :

$$\left.\begin{aligned} E_1^{(q)} &= -eR^{-1}B\eta_3^q\eta_1\frac{1}{q!}(\partial_4)^{q+1}[\cos^q\Phi\sin\Phi], \\ E_2^{(q)} &= -eR^{-1}B\eta_3^q\eta_2\frac{1}{q!}(\partial_4)^{q+1}[\cos^q\Phi\sin\Phi] \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

(on trouve aussi $E_3^q = 0$, puisque les ondes lumineuses sont transversales).

Les équations (4) peuvent encore s'écrire, suivant

que q est pair ($q = 2l$) ou impair ($q = 2l + 1$).

$$E_u^{(2l)} = -eR^{-1}B\eta_3^{2l}\eta_u\frac{(-1)^l}{2^{2l}} \times \sum_{k=0}^{k=l}\frac{[(2k+1)B]^{2l+2}}{(l-k)!\,(l+k+1)!}\cos(2k+1)\Phi, \quad (5)$$

$$E_u^{(2l+1)} = -eR^{-1}B\eta_3^{2l+1}\eta_u\frac{(-1)^{l+1}}{2^{2l+1}} \times \sum_{k=0}^{k=l}\frac{[(2k+2)B]^{2l+3}}{(l-k)!\,(l+k+2)!}\sin(2k+2)\Phi. \quad (6)$$

Il y a donc, pour un terme polaire déterminé, $(l+1)$ raies de fréquences $p\nu$, avec $p = 1, 3, 5 \ldots (q+1)$ ou $p = 2, 4, 6, \ldots (q+1)$ suivant que q est pair ou impair; c'est ce qu'indique le Tableau I

TABLEAU I.

q. p....	1.	2.	3.	4.	5.	...
0.........	|					
1.........		|				
2.........	|		|			
3.........		|		|		
4.........	|		|		|	
....						

Chaque raie est caractérisée par les deux nombres entiers l et k. Pour calculer l'intensité $\mathcal{J}(l, k)$ de chacune d'elles, nous allons supposer qu'il y a en tout N oscillateurs harmoniques du type précédent répartis d'une manière iotrope, de même amplitude η, mais ayant des phases distribuées au hasard; il y en a donc $\left(\frac{N}{4\pi}\right)\sin\psi\,d\psi\,d\varphi$ qui ont une direction comprise entre φ et $\varphi + d\varphi$, ψ et $\psi + d\psi$; comme les intensités sont proportionnelles aux carrés des amplitudes, comme il y a deux vibrations rectangulaires E_1 et E_2 et, comme l'on a

$$\frac{N}{4\pi}\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{\pi}\eta_3^{2q}\eta_{1\text{ ou }2}^2\sin\psi\,d\psi = \frac{1}{2}\eta^{2q+2}\frac{N}{(2q+1)(2q+3)}, \quad (7)$$

on en déduit facilement

$$\mathcal{J}(2l, k) = \frac{N}{(4l+1)(4l+3)} \times \left\{\frac{eR^{-1}}{2^{2l}}\eta^{2l+1}\frac{[B(2k+1)]^{2l+2}}{(l-k)!\,(l+k+1)!}\right\}^2, \quad (8)$$

$$\mathcal{J}(2l+1, k) = \frac{N}{(4l+3)(4l+5)} \times \left\{\frac{eR^{-1}}{2^{2l+1}}\eta^{2l+2}\frac{[(2k+2)B]^{2l+3}}{(l-k)!\,(l+k+2)!}\right\}^2. \quad (9)$$

En toute rigueur, il n'est pas possible d'étudier séparément les termes polaires des différents ordres; on doit d'abord, conformément au Tableau I, faire la somme des amplitudes de tous les termes qui ont une même fréquence $p\nu$; cette somme fait apparaît, dans l'amplitude du terme de fréquence $p\nu$, une fonction de Bessel d'ordre p (*voir* [2] de la bibliographie); c'est l'intégrale du carré de cette amplitude qu'il faudrait calculer pour avoir l'intensité de N oscillateurs.

Mais, pratiquement, pour une valeur de p, c'est la raie ayant la plus petite valeur de q qui a une prépondérance énorme et qui donne, à la fréquence $p\nu$, ainsi qu'à sa décomposition en présence de champ, son caractère propre.

On peut donc se borner à étudier les raies situées sur la diagonale principale du Tableau I (on se limite à $k = l$ et l'on a $p = q + 1$); on a alors, au lieu de (8) et (9), pour l'intensité de la raie 2^p-polaire de fréquence $p\nu$,

$$\mathcal{J}_p = \frac{p^2}{4p^2-1}\left\{\frac{1}{(p-1)!}\left[\frac{p\eta B}{2}\right]^{p-1}\right\}^2 Ne^2R^{-2}\eta^2B^4. \quad (10)$$

On a, par exemple, pour les raies dipolaires ($p = 1$), quadrupolaires ($p = 2$), octopolaires ($p = 3$) :

$$\left.\begin{aligned}\mathcal{J}_1 &= \frac{1}{3}e^2NR^{-2}\eta^2B^4,\\ \mathcal{J}_2 &= \frac{4}{15}e^2NR^{-2}\eta^4B^6,\\ \mathcal{J}_3 &= \left(\frac{3}{2}\right)^6\frac{1}{35}e^2NR^{-2}\eta^6B^8.\end{aligned}\right\} \quad (11)$$

L'intensité des raies 2^p-polaires va rapidement en décroissant quand p croît; on a, par exemple,

$$\frac{\mathcal{J}_2}{\mathcal{J}_1} = \frac{4}{5}[\eta B]^2 = \frac{4}{5}\left[\frac{v_m}{c}\right]^2,$$

v_m, vitesse maximum de la charge dans son mouvement d'oscillation;

si $\frac{v_m}{c} = \frac{1}{137}$ comme dans la première orbite de Bohr

$$\frac{\mathcal{J}_2}{\mathcal{J}_1} \# 0,5.10^{-4}.$$

De même,

$$\frac{\mathcal{J}_3}{\mathcal{J}_1} = \frac{2187}{2240}[\eta B]^4 \# \left[\frac{v_m}{c}\right]^4;$$

si $\frac{v_m}{c} = \frac{1}{137}$, on a $\frac{\mathcal{J}_3}{\mathcal{J}_1} \# 0,2.10^{-8}$,

ce qui est très faible; mais il suffirait que $\frac{v_m}{c} = \frac{1}{10}$ pour que les raies octopolaires deviennent aisément observables.

2. Équations du mouvement en présence de champ magnétique. — En présence du champ magnétique H, que nous supposerons dirigé suivant l'axe des ξ_3, le mouvement reste inchangé dans un système d'axes tournant autour de $O\xi_3$ avec la fréquence de la précession de Larmor $\nu_0 = \frac{eH}{4\pi m_0 c}$;

les équations du mouvement rapportées aux axes fixes s'obtiennent donc en remplaçant, dans les η_u, la lettre $\pi\nu$ par $2\varphi_0 t + \varphi$; elles s'écrivent

$$\left.\begin{aligned} \xi_1 &= \eta_\varphi \cos\left[\left(\frac{2\pi}{c}\right)\nu_0 x_4 + \varphi\right] \cos\left[\left(\frac{2\pi}{c}\right)\nu x_4 + \Omega\right], \\ \xi_2 &= \eta_\varphi \sin\left[\left(\frac{2\pi}{c}\right)\nu_0 x_4 + \varphi\right] \cos\left[\left(\frac{2\pi}{c}\right)\nu x_4 + \Omega\right], \\ \xi_3 &= \eta_3 \cos\left[\left(\frac{2\pi}{c}\right)\nu\, x_4 + \Omega\right]. \end{aligned}\right\} \quad (12)$$

On ne diminue pas la généralité du problème en supposant que la direction d'observation se trouve dans le plan $\xi_1 O \xi_3$ ($\alpha_1 = \sin\theta$, $\alpha_2 = 0$, $\alpha_3 = \cos\theta$),

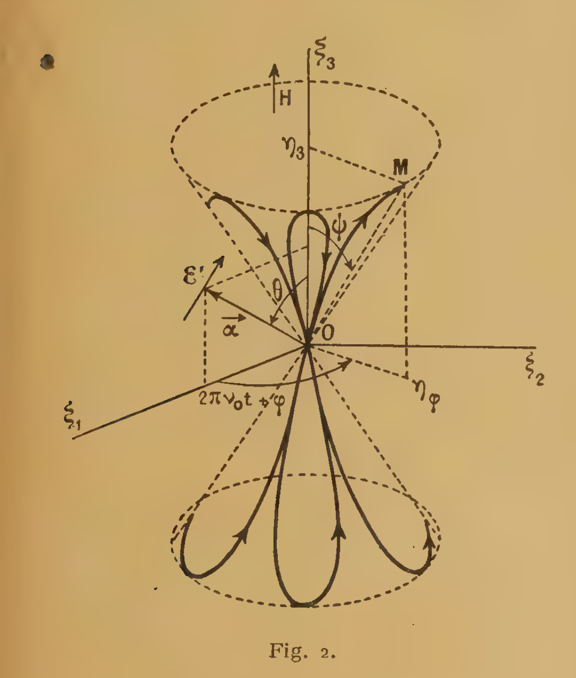


Fig. 2.

car le système possède la symétrie de révolution autour de $O\xi_3$; nous considérerons les deux composantes $\mathcal{E}'$ et $\mathcal{E}''$ du champ électrique de rayonnement; comme il se doit, elles sont normales à la direction d'observation, $\mathcal{E}'$ est dans le plan $\xi_1 O \xi_3$, $\mathcal{E}''$ est normal à ce plan (*fig.* 2).

On a

$$\mathcal{E}' = \alpha_1 E_3 - \alpha_3 E_1, \qquad \mathcal{E}'' = E_2. \qquad (13)$$

Posons

$$\Phi = \frac{2\pi}{c}\nu(x_4 - \alpha_v x^v) + \Omega, \qquad \Phi_0 = \frac{2\pi}{c}\nu_0(x_4 - \alpha_v x^v) + \varphi.$$

(L'indice v étant répété haut et bas, on convient de faire une sommation, de 1 à 3);

$$\alpha_v x^v = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 x_3).$$

Les coordonnées retardées $[\xi_u]_\tau$ et leur dérivée $[\dot{\xi}_u]_\tau$ par rapport à x_4 s'écrivent

$$\left.\begin{aligned} [\xi_1]_\tau &= \eta_\varphi \cos\Phi_0 \cos\Phi, \\ [\xi_2]_\tau &= \eta_\varphi \sin\Phi_0 \cos\Phi, \\ [\xi_3]_\tau &= \eta_3 \cos\Phi; \end{aligned}\right\} \quad (14)$$

$$\left.\begin{aligned} [\dot{\xi}_1]_\tau &\neq -B\eta_\varphi \cos\Phi_0 \sin\Phi, \\ [\dot{\xi}_2]_\tau &\neq -B\eta_\varphi \sin\Phi_0 \sin\Phi, \\ [\dot{\xi}_3]_\tau &\neq -B\eta_3 \sin\Phi \end{aligned}\right\} \quad (15)$$

avec $B = \frac{2\pi\nu}{c}$; dans le calcul des $[\dot{\xi}_u]_\tau$, on a négligé la dérivation des termes contenant Φ_0; on introduirait dans l'amplitude la fréquence ν_0 qui est toujours très petite par rapport à ν.

3. Expression générale du champ électrique de rayonnement. — De (13), (3), (2), on tire,

$$\left.\begin{aligned} \mathcal{E}'_q &= \frac{-eR^{-1}}{q!}(\partial_4)^{q+1}[(\alpha_v\xi^v)^q(\alpha_3\dot{\xi}_1 - \alpha_1\dot{\xi}_3)]_\tau, \\ \mathcal{E}''_q &= \frac{eR^{-1}}{q!}(\partial_4)^{q+1}[(\alpha_v\xi^v)^q\dot{\xi}_2]_\tau. \end{aligned}\right\} \quad (16)$$

D'après (14) et (15), on a

$$\left.\begin{aligned} [\alpha_v\xi^v]_\tau &= [\alpha_3\eta_3 + \alpha_1\eta_\varphi\cos\Phi_0]\cos\Phi, \\ [\alpha_3\dot{\xi}_1 - \alpha_1\dot{\xi}_3] &= B[\alpha_1\eta_3 - \alpha_3\eta_\varphi\cos\Phi_0]\sin\Phi. \end{aligned}\right\} \quad (17)$$

En portant ces expressions (17) dans (16) et en négligeant toujours la dérivée des termes contenant Φ_0, on obtient pour les composantes du champ 2^{q+1} polaire :

$$\left.\begin{aligned} \mathcal{E}'_q &= -eR^{-1}B[\alpha_1\eta_3 - \alpha_3\eta_\varphi\cos\Phi_0] \\ &\quad\times[\alpha_3\eta_3 + \alpha_1\eta_\varphi\cos\Phi_0]^q \\ &\quad\times\frac{1}{q!}(\partial_4)^{q+1}[\cos^q\Phi\sin\Phi], \\ \mathcal{E}''_q &= -eR^{-1}B\eta_\varphi\sin\Phi_0[\alpha_3\eta_3 + \alpha_1\eta_\varphi\cos\Phi_0]^q \\ &\quad\times\frac{1}{q!}(\partial_4)^{q+1}[\cos^q\Phi\sin\Phi]. \end{aligned}\right\} \quad (18)$$

4. Effet Zeemann dipolaire. — On fait $q = 0$ dans (18); le résultat peut se mettre sous la forme

$$\left.\begin{aligned} \mathcal{E}' &= -eR^{-1}B^2\Big\{\alpha_1\eta_3\cos\Phi - \frac{1}{2}\alpha_3\eta_\varphi \\ &\quad\times[\cos(\Phi-\Phi_0) + \cos(\Phi+\Phi_0)]\Big\}, \\ \mathcal{E}'' &= \quad eR^{-1}B^2\frac{1}{2}\eta_\varphi[\sin(\Phi-\Phi_0) - \sin(\Phi+\Phi_0)]. \end{aligned}\right\} \quad (19)$$

Il y a donc les trois fréquences $\nu + m\nu_0$ avec $m = 0, \pm 1$ qui forment le triplet normal.

Pour avoir l'intensité d'une raie de fréquence déterminée, on prend le carré de l'amplitude et l'on fait la somme pour les N oscillateurs; chaque vibration peut se mettre sous la forme

$$P\sin[f(t)] + Q\cos[f(t)],$$

P et Q étant des fonctions de ψ et de φ et $f(t)$ une

fonction linéaire du temps; on a donc à calculer des intégrales du type

$$\frac{N}{4\pi}\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} (P^2+Q^2)\sin\psi\, d\psi \qquad (20)$$

qui sont simples; on trouve

$$I'_\nu = \frac{1}{2}(1-\alpha_3^2)\mathcal{J}_1, \qquad I'_{(\nu\pm\nu_0)} = \frac{1}{4}\alpha_3^2\mathcal{J}_1,$$

$$I''_{(\nu\pm\nu_0)} = \frac{1}{4}\mathcal{J}_1.$$

On remarquera que

$$I'_\nu + 2I'_{(\nu\pm\nu_0)} = \frac{1}{2}\mathcal{J}_1, \qquad 2I''_{(\nu\pm\nu_0)} = \frac{1}{2}\mathcal{J}_1;$$

la somme des intensités des composantes est égale à l'intensité de la raie en l'absence de champ et ceci pour toutes les directions d'observation. La figure 3

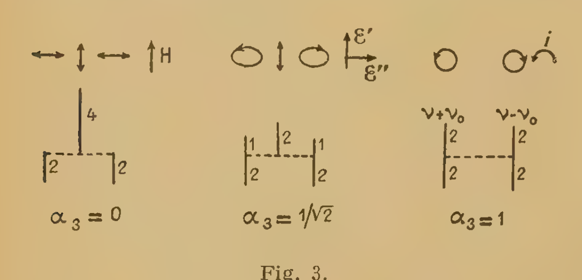


Fig. 3.

indique les intensités relatives, les fréquences et les états de polarisation des composantes pour les trois directions $\alpha_3 = 0$, $\alpha_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\alpha_3 = 1$.

5. **Effet Zeeman quadrupolaire.** — On fait $q = 1$ dans (18); il vient

$$\left.\begin{aligned}
\mathcal{E}' = -eR^{-1}B^3\Big\{ & \alpha_1\alpha_3(\eta_\varphi^2 - 2\eta_3^2)\sin 2\Phi \\
& + (\alpha_3^2-\alpha_1^2)\eta_\varphi\eta_3[\sin(2\Phi-\Phi_0) + \sin(2\Phi+\Phi_0)] \\
& + \frac{1}{2}\alpha_1\alpha_3\,\eta_\varphi^2\,[\sin(2\Phi-2\Phi_0) + \sin(2\Phi+\Phi_0)]\Big\}, \\
\mathcal{E}'' = \quad eR^{-1}B^3\Big\{ & \alpha_3\eta_\varphi\eta_3[\cos(2\Phi-\Phi_0) - \cos(2\Phi+\Phi_0)] \\
& + \frac{1}{2}\alpha_1\eta_\varphi^2[\cos(2\Phi-2\Phi_0) - \cos(2\Phi+2\Phi_0)]\Big\}.
\end{aligned}\right\} \quad (21)$$

Pour les intensités, on est toujours conduit à des intégrales du type (20); on trouve

$$I'_{2\nu} = \frac{3}{2}\alpha_3^2(1-\alpha_3^2)\mathcal{J}_2,$$

$$I'_{(2\nu\pm\nu_0)} = \frac{1}{4}(1-2\alpha_3^2)^2\mathcal{J}_2, \qquad I''_{(2\nu\pm\nu_0)} = \frac{1}{4}\alpha_3^2\mathcal{J}_2,$$

$$I'_{(2\nu\pm2\nu_0)} = \frac{1}{4}\alpha_3^2(1-\alpha_3^2)\mathcal{J}_2, \qquad I''_{(2\nu\pm2\nu_0)} = \frac{1}{4}(1-\alpha_3^2)\mathcal{J}_2;$$

On a encore

$$I'_{2\nu} + 2[I'_{(2\nu\pm\nu_0)} + I'_{(2\nu\pm2\nu_0)}] = \frac{1}{2}\mathcal{J}_2,$$

$$2[I''_{(2\nu\pm\nu_0)} + I''_{(2\nu\pm2\nu_0)}] = \frac{1}{2}\mathcal{J}_2;$$

la somme des intensités des raies de la décomposition est encore égale, dans une direction quelconque, à l'intensité de la raie en l'absence de champ. La figure 4 donne le schéma de la décomposition pour les trois directions remarquables

$$\alpha_3 = 0, \qquad \alpha_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}, \qquad \alpha_3 = 1.$$

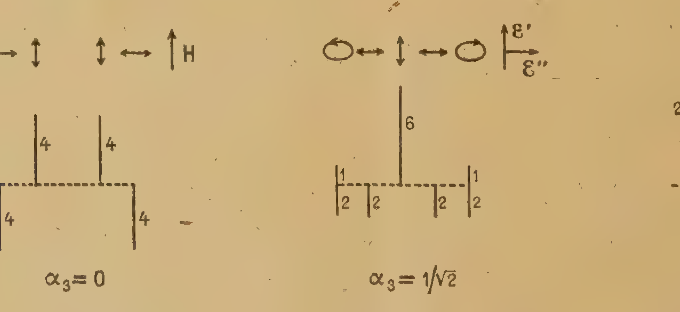


Fig. 4.

Ces résultats de la théorie ont été vérifiés d'une manière remarquable sur la raie aurorale 5577 Å (raie de singulet $^1D_2 \to {}^1S_0$ de l'oxygène) par Frerichs et Campbell [3].

Pour les raies autres que les raies de singulets, il faut faire appel à la Mécanique ondulatoire [4], [5].

Une étude très complète des radiations quadrupolaires et de leur décomposition *Zeeman* a été faite

par Rubinowicz et Blaton [6], [7]. Enfin, Mrozowski et Jenkins ont étudié la structure hyperfine des raies quadrupolaires et leur effet Zeeman [8].

6. **Effet Zeeman octopolaire** [9]. — On fait $q = 2$ dans (18), il vient

$$\left.\begin{aligned}
&-\frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}\right)^3 e R^{-1} B^4 \\
&\times\Big\{ \; [(2\alpha_1\alpha_3^2-\alpha_1^3)\eta_\varphi^2\eta_3 - 2\alpha_1\alpha_3^2\eta_3^3]\cos 3\Phi \\
&\quad + \left[(\alpha_3^3 - 2\alpha_3\alpha_1^2)\eta_\varphi\eta_3^2 + \left(\frac{3}{4}\right)\alpha_3\alpha_1^2\eta_\varphi^3\right] \\
&\qquad \times [\cos(3\Phi-\Phi_0)+\cos(3\Phi+\Phi_0)] \\
&\quad + \left[\alpha_1\alpha_3^2 - \left(\frac{1}{2}\right)\alpha_1^3\right]\eta_3\eta_\varphi^2 \\
&\qquad \times [\cos(3\Phi-2\Phi_0)+\cos(3\Phi+2\Phi_0)] \\
&\quad + \frac{1}{4}\alpha_3\alpha_1^2\eta_\varphi^3[\cos(3\Phi-3\Phi_0)+\cos(3\Phi+3\Phi_0)]\Big\} \\
&-\frac{e}{2^4}R^{-1}B^4\Big\{ \ldots,\ \text{mais } \Phi \text{ au lieu de } 3\Phi \Big\}, \\
&-\frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}\right)^3 e R^{-1} B^4 \\
&\times\Big\{ \; \left[\left(\frac{1}{4}\right)\alpha_1^2\eta_\varphi^3 + \alpha_3^2\eta_\varphi\eta_3^2\right] \\
&\qquad \times [\sin(3\Phi-\Phi_0)-\sin(3\Phi+\Phi_0)] \\
&\quad + \alpha_1\alpha_3\eta_3\eta_\varphi^2[\sin(3\Phi-2\Phi_0)-\sin(3\Phi+2\Phi_0)] \\
&\quad + \left(\frac{1}{4}\right)\alpha_1^2\eta_\varphi^3[\sin(3\Phi-3\Phi_0)-\sin(3\Phi+3\Phi_0)]\Big\} \\
&-\frac{e}{2^4}R^{-1}B^4\Big\{ \ldots,\ \text{mais } \Phi \text{ au lieu de } 3\Phi \Big\}.
\end{aligned}\right\} \quad (22)$$

Pour les intensités des composantes de la raie de fréquence 3ν, qui se trouve sur la diagonale du Tableau I, on trouve

$$I'_{3\nu} = \left(\frac{1}{6}\right)(1-\alpha_3^2)(2-6\alpha_3^2+15\alpha_3^4)\mathcal{J}_3,$$

$$I'_{(3\nu\pm\nu_0)} = \left(\frac{1}{8}\right)\alpha_3^2(9-22\alpha_3^2+15\alpha_3^4)\mathcal{J}_3,$$

$$I'_{(3\nu\pm2\nu_0)} = \left(\frac{1}{12}\right)(1-\alpha_3^2)(1-3\alpha_3^2)^2\mathcal{J}_3,$$

$$I'_{(3\nu\pm3\nu_0)} = \left(\frac{1}{8}\right)\alpha_3^2(1-\alpha_3^2)^2\mathcal{J}_3,$$

$$I''_{(3\nu\pm\nu_0)} = \left(\frac{1}{24}\right)(3-2\alpha_3^2+5\alpha_3^4)\mathcal{J}_3,$$

$$I''_{(3\nu\pm2\nu_0)} = \left(\frac{1}{3}\right)\alpha_3^2(1-\alpha_3^2)\mathcal{J}_3,$$

$$I''_{(3\nu\pm3\nu_0)} = \left(\frac{1}{8}\right)(1-\alpha_3^2)^2\mathcal{J}_3;$$

On a toujours

$$I'_{3\nu} + 2[I'_{(3\nu\pm\nu_0)} + I'_{(3\nu\pm2\nu_0)} + I'_{(3\nu\pm3\nu_0)}] = \frac{\mathcal{J}_3}{2},$$

$$2[I''_{(3\nu\pm\nu_0)} + I''_{(3\nu\pm2\nu_0)} + I''_{(3\nu\pm3\nu_0)}] = \frac{\mathcal{J}_3}{2}.$$

La somme des intensités est donc toujours égale à l'intensité $\mathcal{J}_3$ de la raie de fréquence 3ν en l'absence de champ.

La figure 5 donne le schéma de la décomposition pour les trois directions remarquables

$$\alpha_3 = 0, \qquad \alpha_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}, \qquad \alpha_3 = 1.$$

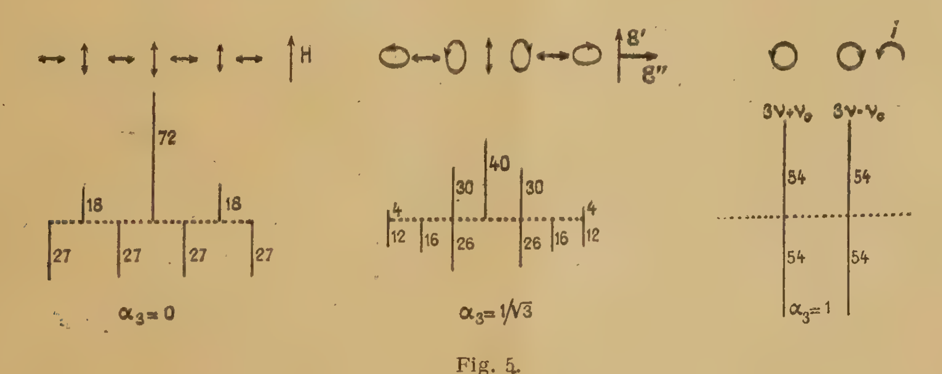
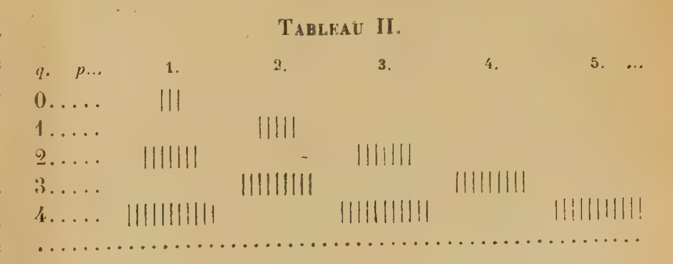


Fig. 5.

M. J. Yvon [10] a étudié l'effet Zeeman octopolaire pour une raie singulet de l'hélium; dans le cadre de la Mécanique ondulatoire sans spin; il s'est borné à l'observation transversale ($\alpha_3 = 0$).

7. **Effets Zeeman multipolaires**. — En examinant la formule (18), on voit que la décomposition sera la même pour toutes les raies d'un rang polaire déterminé (q = const.); par contre, le nombre maximum de raies croît avec q; il est égal à $(2q + 3)$ (*voir* le Tableau II).

Tableau II.



Si l'on se borne aux raies de la diagonale principale on voit que la raie de fréquence $p\nu$ est décom-

posée au maximum en $(2p+1)$ raies de fréquences $p\nu + m\nu_0$, avec $m = 0, +1, +2, \ldots, \pm p$. Quelques-unes de ces composantes peuvent être nulles pour certaines directions d'observation.

Nous allons étudier la décomposition des raies multipolaires pour $\alpha_3 = 1$ (observation dans la direction du champ) et pour $\alpha_3 = 0$ (observation $\perp$ au champ); il n'y aurait d'ailleurs aucune difficulté à étudier avec la formule [18] l'aspect de la décomposition pour une direction quelconque.

1. Observation dans la direction du champ ($\alpha_3 = 1$, $\alpha_1 = 0$). — Pour les raies 2^{q+1}-polaires, les équations (18) se réduisent à

$$\left.\begin{aligned} \mathcal{E}' &= \quad eR^{-1}B\eta_3^q\eta_\varphi \cos\Phi_0 \frac{1}{q!}(\partial_4)^{q+1}(\cos^q\Phi\sin\Phi), \\ \mathcal{E}'' &= -eR^{-1}B\eta_3^q\eta_\varphi \sin\Phi_0 \frac{1}{q!}(\partial_4)^{q+1}[\cos^q\Phi\sin\Phi]. \end{aligned}\right\} \quad (23)$$

En comparant (23) à (4), on voit que toutes les raies 2^{q+1}-polaires se dédoublent en deux raies d'égale intensité, polarisées circulairement en sens inverses, de fréquence $\nu \pm \nu_0$; c'est bien ce qu'on a déjà observé pour les raies dipolaires, quadrupolaires et octopolaires.

2. Observation dans la direction perpendiculaire au champ magnétique ($\alpha_3 = 0$, $\alpha_1 = 1$). — Pour les raies 2^{q+1}-polaires, les équations (18) donnent

$$\left.\begin{aligned} \mathcal{E}' &= -eR^{-1}B\eta_\varphi^q\eta_3 \cos^q\Phi_0 \frac{1}{q!}(\partial_4)^{q+1}[\cos^q\Phi\sin\Phi], \\ \mathcal{E}'' &= -eR^{-1}B\eta_\varphi^{q+1} \sin\Phi_0\cos^q\Phi_0 \frac{1}{q!}(\partial_4)^{q+1}[\cos^q\Phi\sin\Phi]. \end{aligned}\right\} \quad (24)$$

Les formules ne sont pas tout à fait les mêmes pour q impair ($q = 2l+1$) et q pair ($q = 2l$); on a, en effet,

$$\left.\begin{aligned} \cos^{2l+1}\Phi_0\sin\Phi_0 &= \frac{(2l+1)!}{2^{2l+1}}\sum_{m=0}^{m=l}\frac{2m+2}{(l-m)!(l+m+2)!} \\ &\quad\times\sin(2m+2)\Phi_0, \\ \cos^{2l+1}\Phi_0 &= \frac{1}{2^{2l}}\sum_{m=0}^{m=l}C_{2l+1}^{l-m}\cos(2m+1)\Phi_0; \end{aligned}\right\} \quad (25)$$

$$\left.\begin{aligned} \cos^{2l}\Phi_0\sin\Phi_0 &= \frac{(2l)!}{2^{2l}}\sum_{m=0}^{m=l}\frac{2m+1}{(l-m)!(l+m+1)!} \\ &\quad\times\sin(2m+1)\Phi_0, \\ \cos^{2l}\Phi_0 &= \frac{C_{2l}^{l}}{2^{2l}} + \frac{1}{2^{2l-1}}\sum_{m=1}^{m=l}C_{2l}^{l-m}\cos 2m\Phi_0. \end{aligned}\right\} \quad (26)$$

Pour les intensités, il faut calculer les intégrales des carrés des amplitudes; on trouve

$$\frac{N}{4\pi}\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{\pi}\eta_\varphi^{2q}\eta_3^2\sin\psi\,d\psi = \frac{N}{2}\frac{[q!\,2^q]^2}{(2q+1)!}\frac{1}{2q+3}\eta^{2q+2}, \quad (27)$$

$$\frac{N}{4\pi}\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{\pi}\eta_\varphi^{2q+2}\sin\psi\,d\psi = \frac{N}{2}\frac{[(q+1)!\,2^{q+1}]^2}{(2q+3)!}\eta^{2q+2}. \quad (28)$$

Pour comparer l'intensité des raies de la décomposition Zeeman multipolaire à l'intensité de la raie en l'absence de champ, il suffit de porter son attention sur les formule (25), (26), (27), (28) d'une part, et (7) d'autre part; l'examen des formules (24) conduit alors aux résultats suivants :

a. $q = 2l+1$. — Si f est la fréquence de la raie en l'absence de champ, il y a $(2l+2)$ composantes $\mathcal{E}'$, de fréquences $f \pm (2m+1)\nu_0$, avec $m = 0, 1, 2, \ldots, l$; il y aussi $(2l+2)$ composantes $\mathcal{E}''$ de fréquences $f \pm (2m+2)\nu_0$, soit en tout $(4l+4)$ composances.

Les intensités des composantes $\mathcal{E}'$ et $\mathcal{E}''$ sont respectivement les fractions $P'(l, m)$ et $P''(l, m)$ des intensités $\mathcal{E}'$ et $\mathcal{E}''$ en l'absence de champ, avec

$$\left.\begin{aligned} P'(l,m) &= [C_{4l+2}^{2l+1}]^{-1}[C_{2l+1}^{l-m}]^2, \\ P''(l,m) &= (l+1)\frac{[(2l+1)!]^4}{(4l+2)!}\left[\frac{2m+2}{(l-m)!(l+m+2)!}\right]^2. \end{aligned}\right\} \quad (29)$$

On peut vérifier que l'on a

$$2\sum_{m=0}^{m=l}Q'(l,m) = 1, \qquad 2\sum_{m=0}^{m=l}Q''(l,m) = 1;$$

c'est-à-dire que la somme des intensités des composantes est toujours égale à l'intensité de la raie en l'absence de champ.

Exemple d'application des formules (29). — Quand $l = 0$, on retrouve l'effet Zeeman quadrupolaire (*fig.* 4); quand $l = 1$, c'est-à-dire pour une raie 16-polaire, on a

$$P'(1,0) = \frac{9}{20}, \qquad P'(1,1) = \frac{1}{20};$$

$$P''(1,0) = \frac{4}{10}, \qquad P''(1,1) = \frac{1}{10}.$$

D'où le schéma de la figure 6.

b. $q = 2l$. — Si f est la fréquence de la raie en l'absence de champ, il y a $(2l+1)$ composantes $\mathcal{E}'$ de fréquences $f \pm 2m\nu_0$, avec $m = 0, 1, 2, \ldots, l$; il y a aussi $(2l+2)$ composantes $\mathcal{E}''$ de fréquences $f \pm (2m+1)\nu_0$, soit en tout $4l+3$ raies.

Les intensités des composantes $\mathcal{E}'$ et $\mathcal{E}''$ sont respectivement les fractions $Q'(l, m)$ et $Q''(l, m)$ des

intensités $\mathcal{E}'$ et $\mathcal{E}''$ en l'absence de champ, avec

$$\left.\begin{aligned} Q'(l,m) &= [C_{4l}^{2l}]^{-1}\,[C_{2l}^{l-m}]^2, \\ Q''(l,m) &= \left(l+\frac{1}{2}\right)\frac{[(2l)!]^4}{(4l)!}\left[\frac{2m+1}{(l-m)!\,(l+m+1)!}\right]^2. \end{aligned}\right\} \quad (30)$$

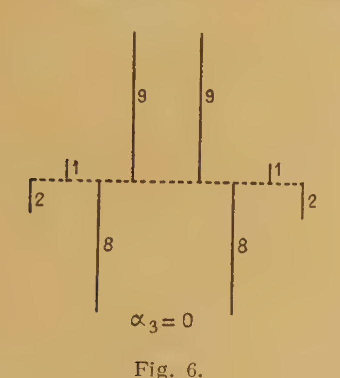


Fig. 6.

On a encore

$$Q'(l,\,0)+2\sum_{m=1}^{m=l}Q'(l,\,m)=1, \qquad 2\sum_{m=0}^{m=l}Q''(l,\,m)=1.$$

La somme des intensités des composantes est donc toujours égale à l'intensité de la raie en l'absence de champ.

Exemple d'application des formules (30). — Elles redonnent la décomposition dipolaire quand $l = 0$ (*fig.* 3), la décomposition octopolaire quand $l = 1$ (*fig.* 5); pour la raie 32-polaire, c'est-à-dire pour $l = 2$, on a

$$Q'(2,\,0)=\frac{36}{70}, \qquad Q'(2,\,1)=\frac{16}{70}, \qquad Q'(2,\,2)=\frac{1}{70};$$

$$Q''(2,\,0)=\frac{4}{28}, \qquad Q''(2,\,1)=\frac{9}{28}, \qquad Q''(2,\,2)=\frac{1}{28},$$

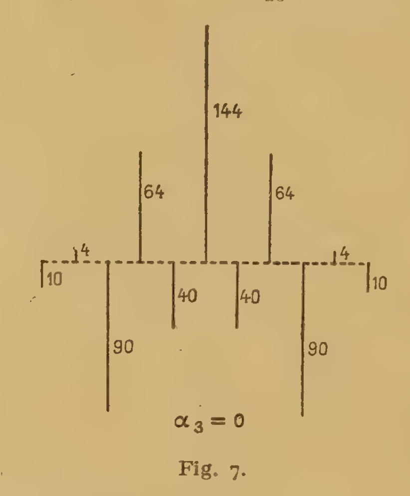


Fig. 7.

d'où le schéma de la figure 7.

Manuscrit reçu le 16 janvier 1947.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] E. Durand, Calcul du champ créé par le mouvement d'une charge électrique. *C. R. Acad. Sc.*, 1944, **219**, p. 584-586.

[2] E. Durand, Calcul complet du rayonnement de l'oscillateur linéaire sinusoïdal. *C. R. Acad. Sc.*, 1946, **222**, p. 68-70.

[3] R. Frerichs et J. S. Campbell, The transverse Zeeman effect of the green auroral line. *Phys. Rev.*, 1930, **36**, p. 1460.

[4] E. Segré et C. J. Bakker, Der Zeemaneffekst von Quadrupollinien bei den alkalien. *Z. für Physik.*, 1931, **72** p. 724.

[5] B. Milianczuk, Zeemaneffkt der Quadrupollinien nach der Diracschen Theorie. *Z. für Physik*, 1932, **74**, p. 810 et 825.

[6] A. Rubinowicz, Zeemaneffekt der Quadrupollinien. *Z. für Physik*, 1930, **61**, p. 338.

[7] A. Rubiniowicz et J. Blaton, Die Quadrupolstrahlung. *Erg. d. Exact. Naturwiss.*, 1932, **11**, p. 170 et 176.

[8] F. A. Jenkins et S. Mrozowski, Zeeman effect of the forbidden lines of Pb I. *Phys. Rev.*, 1941, **59**, p. 808.

[9] E. Durand, Effet Zeeman des raies octopolaires en théorie classique du rayonnement. *C. R. Acad. Sc.*, 1946, **222**, p. 1044-1046.

[10] J. Yvon, Calcul de l'effet Zeeman transversal d'une raie octopole de l'He. *C. R. Acad. Sc.*, 1943, **216**, p. 585.

INFLUENCE DE LA DIFFUSION COULOMBIENNE SUR LES MESURES A LA CHAMBRE DE WILSON

Par R. RICHARD-FOY,
Ingénieur principal de l'Air.

Sommaire. — Nous commençons par rappeler les formules de diffusion simple, puis multiple et les conditions dans lesquelles elles sont applicables (Williams, Rossi et Greisen).

Nous établissons ensuite la loi de probabilité à laquelle satisfait, en l'absence de champ magnétique, la flèche d'une trajectoire définie par ses deux extrémités et nous en déduisons l'expression du rayon de courbure apparent que la diffusion peut donner à une trajectoire rectiligne. Nous étudions ensuite le cas où l'on observe la coïncidence approchée de la trajectoire réelle avec un arc de cercle qui lui est superposé : on trouve que le rayon de courbure de diffusion n'a que très peu de chances d'être inférieur à la moitié du rayon de courbure maximum discernable d'une trajectoire rectiligne.

Enfin, nous donnons l'erreur relative que la diffusion introduit sur la mesure d'un rayon de courbure dans le champ magnétique et nous montrons que le fait d'utiliser un arc de cercle, correspondant à un grand angle au centre, modifie peu les formules.

Lorsqu'une particule traverse de la matière, sa trajectoire est modifiée par l'influence des champs des atomes successivement rencontrés. Vue de très loin, la trajectoire semble rectiligne; observée au microscope, elle paraîtrait cahotique. Rutherford a déterminé le premier, par des considérations de Mécanique classique, la probabilité que l'on a d'observer la déviation de plus de θ, par rapport à la direction initiale, de la trajectoire de la particule, lorsqu'elle passe dans le champ d'un atome : c'était l'étude de la diffusion simple en Mécanique classique. Nous allons rappeler comment ce problème a été traité en Mécanique ondulatoire et les résultats que l'on a obtenus dans le cas où l'on considère l'effet d'une tranche de matière et non plus seulement d'un atome.

Nous étudierons ensuite comment la trajectoire perturbée peut être confondue avec un cercle et les erreurs que cet effet introduit dans les mesures faites à la chambre de Wilson.

1. Diffusion simple en Mécanique ondulatoire. — Méthode. — On représente une particule de vitesse v parallèle à l'axe des x par une onde plane indéfinie ψ_0 de longueur d'onde λ. On considère le champ électrique produit par le noyau diffuseur et ses électrons périphériques comme un champ perturbateur de potentiel V. Sous l'action de la diffusion, l'onde résultante est légèrement modifiée : $\psi = \psi_0 + \psi_1$; ψ_1 représentant l'effet de la perturbation.

Si cette dernière est faible, on peut se contenter d'une approximation du premier ordre pour calculer ψ_1; le produit $V\psi_1$ est alors du second ordre et peut être négligé dans les équations : c'est l'approximation de Born. D'une façon plus précise, cela revient à dire que sur le nombre de particules traversant la zone du champ qui produit, par unité d'angle solide, une diffusion supérieure à un angle θ donné, une faible partie seulement en est effectivement diffusée. Or, le rapport du nombre des particules diffusées à celui des particules traversant l'aire sensible est $\frac{Z}{137\beta}$. L'approximation de Born suppose donc à la base que

$$\boxed{\gamma = \frac{Z}{137\beta} \ll 1.}$$

Il est inutile de chercher l'expression complète de ψ_1, seule sa valeur à une grande distance R du noyau est intéressante : il suffit donc de calculer son expression asymptotique. On obtient l'intensité diffusée par unité d'angle solide dans la direction θ avec Ox en prenant le module de $\psi_1(\theta)$ multiplié par $\frac{R^2}{A^2}$ (A représentant le module de l'onde incidente ψ_0)

$$I(\theta) = |\psi_1(R, \theta)|^2 \frac{R^2}{A^2}.$$

Le calcul montre que ce terme est proportionnel à

$$\int V(r) \sin \frac{2\pi\theta r}{\lambda} \, dr$$

pour des angles $\frac{\theta}{2}$ — petits; le potentiel à la distance r de l'ordre de $\frac{\lambda}{2\pi\theta}$ donne seul une contribution à cette intégrale : pour la diffusion à un angle θ, *le potentiel n'intervient que dans la zone où* $r \sim \frac{\lambda}{\theta}$.

Forme du potentiel. — Pour calculer ψ_1, il faut

définir le potentiel V, c'est-à-dire le champ électrique qui produit la diffusion. Ce champ est coulombien, mais à grande distance, près des électrons périphériques, il est très atténué par le champ de ces derniers et hors de la couche électronique, il est complètement masqué : les électrons produisent un effet d'écran dont il faut tenir compte.

D'autre part, le noyau n'a pas des dimensions infiniment petites : il a un rayon b et on peut l'assimiler à une sphère conductrice uniformément chargée; lorsqu'on s'en approche, les différentes parties produisent des champs qui se compensent partiellement et le champ croît moins vite qu'avec la loi de Coulomb; il faut donc couper le potentiel à une distance de l'ordre des dimensions nucléaires. Pratiquement, on peut le représenter par la fonction

$$V(r) = Ze^2\left(1 - e^{-\frac{2r}{b}}\right).$$

Enfin, si l'on considère des longueurs d'onde suffisamment faibles pour qu'il puisse y avoir une action des nucléons considérés individuellement, on a une diffusion proprement nucléaire qui n'est plus élastique.

Puisque la diffusion à un angle θ ne fait intervenir que le potentiel à la distance r de l'ordre de $\frac{\lambda}{2\pi\theta}$ on voit que l'effet d'écran a pour effet de supprimer la diffusion à des angles inférieurs à $\theta_{\min} \sim \frac{\lambda}{2\pi a}$, a étant le rayon de la couche électronique

$$a = Z^{-\frac{1}{3}}\left(\frac{hc}{e^2}\right)^2\left(\frac{e^2}{mc^2}\right)$$

et, la dimension finie du noyau a pour effet de supprimer la diffusion aux angles supérieurs à $\theta_{\max} \sim \frac{\lambda}{2\pi b}$.

Enfin, la diffusion inélastique n'interviendra appréciablement qu'aux angles tels que $\theta > \frac{\lambda}{\delta}$, δ étant la dimension des cellules représentatives des nucléons individuels (à condition évidemment que le potentiel perturbateur, qui n'est plus coulombien, soit encore assez faible pour que l'approximation de Born reste valable).

Forme de l'équation d'onde. — Si l'on traite le cas de particules relativistes, il faut prendre une équation relativiste. Il convient aussi d'introduire le spin et de se servir des équations de Dirac.

Si l'on se *limite aux angles θ petits*, c'est-à-dire tels que

$$\cos\theta \neq 1 \qquad \text{et} \qquad \sin\theta \sim \theta,$$

ce que nous ferons toujours par la suite, les calculs de Williams (¹) montrent qu'à *grande distance du noyau* par rapport à $\frac{\lambda}{2\pi}$ l'effet du spin peut se traduire par l'adjonction d'une deuxième perturbation ψ_2 dont l'amplitude est négligeable si $r \gg \frac{\lambda}{2\pi}$. Pour obtenir des résultats simples, il faut donc considérer des régions perturbatrices du champ à des distances $r \gg \frac{\lambda}{2\pi}$, c'est-à-dire des *angles de diffusion petits*, puisque

$$\theta \sim \frac{\lambda}{2\pi r}.$$

On peut montrer que pour des particules de spin $\frac{1}{2}$ l'intensité $I(\theta)$ est à multiplier par

$$\left(1 - \beta^2 \sin^2\frac{\theta}{2}\right) \quad \text{et par} \quad \left(1 + \frac{1}{6}P^2\beta^2\sin^2\theta\right)$$

pour le spin 1.

Résultats. — Donc, en ne considérant que des angles de diffusion petits, en supposant le noyau fixe et sous la condition $\frac{Z}{137\beta} \ll 1$, l'intensité diffusée sous l'effet du champ coulombien d'un noyau, par unité d'angle solide autour de la direction θ est, au premier ordre près,

$$I(\theta) = \frac{Z^2 e^4}{4P^2 v^2 M_0^2 c^2 \sin^4\frac{\theta}{2}}.$$

En utilisant la condition θ petit, le nombre de particules diffusées entre θ et $\theta + d\theta$ par une couche de matière, contenant N_0 noyaux par centimètre cube, d'épaisseur t est

$$P(\theta)\,d\theta = 2K\frac{d\theta}{\theta^3}, \qquad \text{avec} \quad K = \frac{4\pi N_0 t Z^2 e^4}{P^2\beta^2 M_0^2 c^4}.$$

Il faut naturellement que θ soit compris entre les deux valeurs limites que nous avons définies :

$$\frac{\frac{\lambda}{2\pi}}{Z^{-\frac{1}{3}}\left(\frac{hc}{e^2}\right)^2\left(\frac{e^2}{mc^2}\right)} < \theta < \frac{\lambda}{2\pi b}.$$

En dehors de ces valeurs, on peut admettre que la diffusion est négligeable.

Si l'on introduit le moment réduit $P = \frac{Mv}{m_0 c}$, on trouve

$$\lambda = \frac{2{,}4}{\mu P}.10^{-10}\ \text{cm} \qquad \text{et} \qquad \frac{\lambda}{2\pi} = \frac{2{,}4}{2\pi\mu P}.10^{-10}\ \text{cm},$$

$$\theta_{\min} \neq \frac{Z^{\frac{1}{3}}}{140\mu P} \qquad \text{et} \qquad \theta_{\max} \neq \frac{240 Z^{-\frac{1}{3}}}{\mu P}, \qquad \text{avec } b = 0{,}57 r^0.$$

Enfin, pour un gaz d'atomicité $\mathfrak{X}$

$$K = \frac{tZ^2\mathfrak{X}}{\mu^2 P^2\beta^2}\,27.10^{-6}\ \text{cm}.$$

Cas des faibles vitesses. — Si β devient très petit, l'approximation de Born n'est plus satisfaite; il faut alors utiliser la méthode classique. L'intensité

(¹) Williams, *Proc. roy. Soc.*, **163**, 1939, p. 531.

diffusée n'est pas modifiée, ainsi qu'on peut le voir d'après la formule de Rutherford, mais l'angle en dessous duquel l'effet d'écran se fait sentir est modifié. En effet, ce dernier n'intervient que lorsque la particule incidente passe à une distance du noyau de l'ordre de a; la quantité du mouvement communiquée dans la direction perpendiculaire à la trajectoire est approximativement

$$\int F\,\mathrm{d}t = \int \frac{F\,\mathrm{d}l}{v} = \frac{Ze^2}{a^2}\,\frac{a}{v},$$

ce qui donne une déviation

$$\frac{Ze^2}{av}\,\frac{1}{Mv} = \frac{Ze^2}{Mav^2}.$$

L'angle minimum en théorie classique est donc

$$\zeta_m = \frac{Ze^2}{Mav^2} \qquad \text{au lieu de } \theta_m = \frac{h}{2\pi Mva},$$

c'est-à-dire que

$$\frac{\zeta_m}{\theta_m} = \frac{Ze^2}{\hbar v} = \frac{Ze^2}{\hbar c\beta} = \frac{Z}{137\beta} = \gamma.$$

Il faut donc lorsque $\gamma > 1$ couper la probabilité de diffusion à un angle égal à $\gamma\theta_m$ au lieu de θ_m.

Dans la zone où γ est voisin de 1 les deux méthodes se raccordent.

Théoriquement, il faudrait aussi voir comment est modifiée la limite supérieure θ_{max}, mais dans le cas où β est faible, elle correspond à des valeurs grandes de θ qui sont en dehors du domaine que nous étudions.

Rappelons enfin que pour les faibles vitesses et pour les particules de charge unité, $P \sim \beta$ et que le parcours réduit dans l'air $R \# 14\,P^3$.

Effet des électrons périphériques. — Les électrons périphériques peuvent être heurtés violemment et produire une diffusion non élastique. On montre que l'effet est négligeable pour les angles inférieurs à $\frac{\lambda}{2\pi a'}$, où a' est le rayon de l'orbite électronique et qu'il est nul pour les angles supérieurs à une limite correspondant à l'énergie maximum communicable à l'électron. Cet angle est de l'ordre de $\frac{1}{\mu P}$. L'effet total est donc peu important.

2. Diffusion multiple. — Angle projeté. — En pratique, on observe la diffusion en projection sur un plan passant par la direction incidente. On montre aisément que si Φ est l'angle projeté, la distribution en Φ répond à la loi

$$P(\Phi) = \frac{K}{\Phi^3}.$$

(Ceci n'est d'ailleurs qu'une approximation dans le cas où l'on opère les coupures précédemment indiquées sur Φ au lieu de θ).

Nous désirons connaître la diffusion résultant de toutes les diffusions individuelles subies au cours de la traversée par une particule d'une longueur t de matière. Toutes ces diffusions étant indépendantes, il résulte de la théorie générale des erreurs que la déviation résultante α_1 suit une loi de Gauss

$$P(\alpha_1)\,\mathrm{d}\alpha_1 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\bar{\alpha}_1}\,e^{-\frac{\alpha_1^2}{2\bar{\alpha}_1^2}}\,\mathrm{d}\alpha_1,$$

avec

$$(\bar{\alpha}_1)^2 = \int_{\Phi_{min}}^{\Phi_{max}} \varphi^2 P(\Phi)\,\mathrm{d}\Phi, \qquad \alpha_1^2 = K\,\mathrm{Log}\,\frac{\Phi_{max}}{\Phi_{min}}.$$

Pour Φ_{max}, on peut introduire diverses valeurs; il paraît raisonnable de se limiter à l'angle Φ_1 qui se présente en moyenne une fois sur la trajectoire; les angles supérieurs suivent la loi de la diffusion simple, qui se superpose donc à partir de cette valeur à la distribution de Gauss. Mais s'il s'agit d'une trajectoire que l'on observe à la chambre de Wilson, φ_{max} peut représenter l'angle à partir duquel la diffusion est décelable à l'œil. Enfin, en aucun cas, on ne peut dépasser la valeur θ_{max} précédemment indiquée.

Si l'on prend Φ_1 comme limite supérieure, on a

$$\int_{\Phi_1}^{\pi} P(\Phi)\,\mathrm{d}\varphi = 1, \qquad \text{donc } \Phi_1^2 = \frac{K}{2},$$

car on peut intégrer jusqu'à l'infini en raison de la rapide décroissance de $P(\Phi)$.

On peut remarquer que

$$\frac{\Phi_1^2}{\Phi_{min}^2} = \frac{\int_{\Phi_{min}}^{\infty} P(\varphi)\,\mathrm{d}\varphi}{\int_{\varphi_1}^{\infty} P(\varphi)\,\mathrm{d}\varphi} = M$$

est le nombre de diffusions subies en moyenne.

Pour que l'on ait effectivement affaire à de la diffusion multiple et que l'on puisse appliquer la loi des grands nombres qui est à la base de la loi de Gauss, il est *indispensable que* $M \gg 1$. Si cela n'était pas réalisé, la diffusion serait seulement plurale et la théorie serait difficile à établir.

Williams a montré que tant que $M \gg 1$ l'effet de la diffusion simple qui se superpose à la diffusion multiple est faible.

L'angle observé expérimentalement est donc $0{,}7\,\bar{\alpha}_1$ une fois sur deux. On a une chance sur mille d'observer un écart supérieur à $3\bar{\alpha}_1$.

On a

$$\alpha_1 = \Phi_1\sqrt{L\,\frac{\Phi_{max}^2}{\Phi_{min}^2}} = \Phi_1\sqrt{2L\,\Phi_{max}Z^{-\frac{1}{3}}\mu P + 2L\,140},$$

$$\bar{\alpha}_1 = \Phi_1 \times 3{,}15\sqrt{1 + 0{,}46\log_{10}\Phi_{max}Z^{-\frac{1}{3}}\mu P} = 3{,}15\,\Phi_1\sqrt{B}$$

en posant

$$B = 1 + 0{,}46\log_{10}\Phi_{max}Z^{-\frac{1}{3}}\mu P.$$

On a aussi

$$\bar{\alpha}_1 = \Phi_1 \sqrt{\log M} = \sqrt{\frac{K}{2} \log M}.$$

Dans le cas où l'on prend pour Φ_{max} l'angle θ_{max} (Rossi et Greisen) les résultats sont modifiés dans le sens d'une plus grande déviation moyenne; pour un gaz, le rapport

$$\frac{\Phi_1}{\theta_{max}} = \frac{1,5 . 10^{-5} t^{\frac{1}{2}} \mathcal{P}^{\frac{1}{2}} Z^{\frac{4}{3}}}{\beta};$$

il est pour l'air et $\beta = 1$ de l'ordre 10^{-3}, cela a pour effet de multiplier $\bar{\alpha}_1$ par un facteur de l'ordre de $\sqrt{2}$.

Dans ce cas, le terme sous le logarithme est $181 Z^{-\frac{1}{3}}$ et il s'introduit une longueur égale à la longueur de rayonnement de la théorie des gerbes; en mesurant les longueurs avec cette unité, on a

$$\bar{\Phi}^2 = \frac{4\pi \times 137 m_0^2 \, \mathrm{d}t}{2p^2\beta^2} = \frac{E_s^2}{2p^2\beta^2} \mathrm{d}t, \qquad \text{avec} \quad E_s = 21 \text{ MeV}.$$

Écart par rapport a la tangente. — Soit une particule arrivant selon la direction Oz en A, nous désirons savoir de combien sa trajectoire s'écarte de Oz au bout du trajet t. La déviation y résultant est la somme des petites déviations individuelles $z\varphi$, elle suit donc une loi de Gauss dont la déviation moyenne est

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^t z^2 \varphi^2 p(\varphi) p(z) \, \mathrm{d}z.$$

Fig. 1.

La loi de probabilité de z est $\frac{\mathrm{d}z}{t}$.

Donc

$$\bar{y}^2 = \bar{\varphi}^2 \left(\frac{z^3}{3t}\right)_0^t = \frac{t^2 \bar{\varphi}^2}{3}.$$

D'une façon plus générale, on peut chercher la fonction de *répartition* $F(t, \varphi, y)$ des angles et des écarts à une profondeur t.

En analysant ce qui se passe à la traversée d'une couche infiniment petite et connaissant la loi de la diffusion multiple en angle, Rossi et Greisen ont montré que F satisfait à l'équation aux dérivées partielles

$$\frac{\partial F}{\partial t} = -\varphi \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{1}{\omega^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2}, \qquad \text{avec} \quad \bar{\varphi}^2(\Delta t) = \frac{\Delta t}{2\omega^2},$$

$\varphi(\Delta t)$ indique la valeur moyenne quadratique de φ à la traversée de Δt.

Si l'on suppose que ω *est constant dans l'épaisseur* t, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de perte d'énergie, on trouve la solution (Fermi)

$$F = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \frac{\omega^2}{t^2} \mathrm{e}^{-\omega^2\left(\frac{\varphi^2}{t} - \frac{3y\varphi}{t^2} + \frac{3y^2}{t^3}\right)}.$$

Si l'on intègre par rapport à φ on retrouve

$$P(t, \varphi) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \frac{\omega}{t^{\frac{1}{2}}} \mathrm{e}^{-\frac{1}{4}\frac{\omega^2 y^2}{t}}$$

et si l'on intègre par rapport à φ, on retrouve le résultat ci-dessous

$$H(t, y) = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{\pi}} \frac{\omega}{t^{\frac{3}{2}}} \mathrm{e}^{-\frac{3}{4}\frac{\omega^2 y^2}{t^3}}.$$

Flèche d'une trajectoire. — A partir des résultats précédents, on peut calculer la distance NP dont la trajectoire s'écarte de la corde AB de longueur l à une cote t; pour cela, on calcule d'abord NP en fonction des écarts MP et CB :

$$\mathrm{MN} + \mathrm{NP} = \mathrm{MP} \qquad \text{et} \qquad \mathrm{MN} = \frac{\mathrm{CB}.t}{l}.$$

Donc

$$\mathrm{NP} = \mathrm{MP} - \mathrm{BC}\frac{t}{l},$$

la probabilité d'observer NP est alors

$$P(\mathrm{NP}, z, t) \, \mathrm{dNP} = \iint_\Sigma G(\overline{\mathrm{BC}}, t, z, \mathrm{MP}) \, \mathrm{dBC} \, \mathrm{dMP}.$$

$G(\overline{\mathrm{BC}}, t, z, \mathrm{MP})$ désigne la probabilité d'observer l'écart BC lorsqu'on a observé l'écart MP. Σ est la surface comprise entre les deux droites

$$\mathrm{NP} = \mathrm{MP} - \mathrm{BC}\frac{t}{l}$$

et

$$\mathrm{NP} + \mathrm{dNP} = \mathrm{MP} - \mathrm{BC}\frac{t}{l}.$$

Pour calculer la fonction G, on remarque que CB = MP + DB et que DB = PD.φ + y (PD), (PD) représentant l'écart par rapport à la tangente au bout du trajet PD.

La probabilité d'avoir DB est obtenue en multipliant la probabilité d'avoir à la fois φ et MP au bout de t en P par celle d'avoir y, au bout de PD $= l - t$, en B, et en intégrant ce produit dans la surface élémentaire convenable.

Fig. 2.

On trouve finalement u désignant l'écart à la cote t :

$$P(u) \, \mathrm{d}u = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{\pi}} \frac{\omega\sqrt{l}}{t(l-t)} \mathrm{e}^{-\frac{3}{4}\frac{\omega^2 l}{t^2(l-t)^2}u^2} \mathrm{d}u.$$

Dans le cas où l'on s'intéresse à la déviation f au milieu de AB défini par la longueur $t = \frac{\mathrm{P}}{2}$, on trouve

$$P(f) \, \mathrm{d}f = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{\pi}} \frac{\omega}{t^{\frac{3}{2}}} \mathrm{e}^{-\frac{3}{2}\frac{\omega^2 f^2}{t^3}} \mathrm{d}f,$$

c'est-à-dire

$$\bar{f} = \frac{t\bar{\varphi}}{\sqrt{6}}.$$

A partir de ces résultats, on peut calculer la probabilité d'observer un écart u lorsqu'on a mesuré un écart f et résoudre tous les problèmes. (Dans le calcul précédent, on a assimilé la distance NP à la flèche mesurée perpendiculairement à la corde, ce qui est légitime tant que $\frac{CB}{AC}$ est petit, c'est-à-dire tant que $\frac{\varphi}{\sqrt{3}}$ est petit, ce que nous avons supposé depuis le début.

3. **Influence sur le rayon de courbure mesuré à la chambre de Wilson.** — *a.* TRAJECTOIRE SANS CHAMP. — *Mesure par la flèche.* — Si l'on définit la trajectoire par trois points A, B, C, on peut faire passer par ces points un cercle qui représentera une meilleure approximation de la trajectoire réelle que la droite AC.

Nous voulons calculer le rayon de courbure ρ_s de ce cercle.

Si df est la distance dont le point B supposé situé au milieu de AC s'écarte de AC, on a

$$2\,\mathrm{d}f\rho_s = t^2$$

au deuxième ordre près, puisque df est petit par rapport à t.

Donc

$$\rho_s = \frac{t^2}{2\,\mathrm{d}f}.$$

En moyenne,

$$\bar{\rho}_s = \frac{t^2}{2\,\overline{\mathrm{d}f}} = \frac{t^2\sqrt{6}}{2t\bar{\varphi}} = \frac{t}{\bar{\varphi}}\sqrt{\frac{3}{2}},$$

c'est-à-dire

$$\bar{\rho}_s = \sqrt{\frac{3\times 2}{2KB}} \times \frac{t}{3{,}15} = \sqrt{\frac{t}{\mathfrak{T}B}}\,\frac{\mu_{PB}}{Z.3.3{,}15.10^{-3}}.$$

Donc

$$\boxed{\bar{\rho}_s = 100\,\frac{\mu_{PB}}{Z}\sqrt{\frac{t}{\mathfrak{T}B}}}$$

$$\text{avec } \mathcal{B} = \sqrt{1 + 0{,}46\,\log_{10\,\max} Z^{-\frac{1}{3}}\mu_p}.$$

Dans le cas où β *est faible*

$$\mu_{PB} = \frac{Mv^2}{2}\,\frac{2}{m_0c^2} \sim 4E_{cin} \quad \text{en MeV}$$

et

$$\bar{\rho}_s \sim 400\,\frac{E_{cin}}{Z}\sqrt{\frac{t}{\mathfrak{T}B}} \qquad \text{(formule proposée par Bethe) (1).}$$

Mais il ne faut pas étendre ce calcul à des valeurs trop faibles de β sans précautions spéciales. Pratiquement, il faudra, dès que $\beta < 0{,}05$, tenir compte du fait que l'approximation de Born n'est plus satisfaite pour calculer B correctement, et si la masse de la particule est faible tenir compte aussi de ce que β varie par absorption sur la longueur t, ce que nous avons négligé jusqu'alors.

Enfin, pour les valeurs de β voisines de 1, il ne faut pas considérer des longueurs t trop faibles, afin que la condition $M \gg 1$ soit toujours remplie. Ceci peut être important dans le cas de l'hydrogène notamment.

Ecart de la trajectoire par rapport au cercle. — Pratiquement, on mesure souvent un rayon de courbure en faisant coïncider un arc de cercle avec la trajectoire à une certaine approximation près. Nous allons calculer la probabilité que l'on a d'obtenir une telle coïncidence pour un ρ_s déterminé.

Nous commençons par définir un rayon ρ_{exp} qui correspond à l'approximation Δy avec laquelle nous estimons la coïncidence.

Nous avons

$$2(2\,\Delta y)\rho_{exp} = \frac{t^2}{4\,\Delta y}.$$

C'est le rayon de courbure limite que l'on peut confondre avec une droite en raison de l'imperfection des mesures.

Nous allons évaluer la probabilité pour qu'au milieu de l'arc BC, la trajectoire ne s'écarte pas de plus de Δy de l'arc de cercle. Soit M le milieu de la corde BC, N le milieu de l'arc et E le point où la trajectoire diffusée coupe MN; EM est la flèche f_1 dont la trajectoire s'écarte de la corde BC.

Fig. 3.

Traçons la courbe de Gauss de la répartition de f_1 et marquons les points D, D′ correspondant à l'écart probable; plaçons, par rapport au segment D′, les points E, N et la bande $\pm\,\Delta y$ autour de N; la probabilité d'observer la coïncidence de E et N à y près est représentée par l'aire hachurée.

La valeur de cette probabilité dépend de deux variables : le rapport $\frac{\Delta y}{MD}$ et le rapport $\frac{NM}{MD}$.

On peut évaluer MD en fonction de la flèche probable $\bar{f}$ en B sur l'arc AC

$$MD = \bar{f}_1 = \frac{\bar{f}}{2^{\frac{3}{2}}}$$

et calculer NM $= f_1$ en fonction de la flèche réelle en B par rapport à AC

$$f_1 = \frac{f}{4},$$

(1) Nous remercions ici le professeur H. Bethe, qui nous a communiqué cette formule, avant sa publication, par l'intermédiaire du professeur Leprince-Ringuet.

donc

$$\frac{\text{NM}}{\overline{\text{MD}}} = \frac{f}{\bar{f}\sqrt{2}} \quad \text{et} \quad \frac{\Delta y}{\overline{\text{MD}}} = \frac{2\,\Delta y\,\sqrt{2}}{\bar{f}} = \frac{f}{\bar{f}\sqrt{2}}\,\frac{4\,\Delta y}{f};$$

deux cas extrêmes sont alors à envisager :

$$f \gg 4\,\Delta y \quad \text{ou} \quad f \ll 4\,\Delta y.$$

1. Si $f \gg 4\,\Delta y$, c'est-à-dire $\rho_s \ll \frac{\rho_{exp}}{2}$, il faudrait, pour que la probabilité ne soit pas trop faible, d'une part, que $\frac{f}{\bar{f}\sqrt{2}} \gg 1$ afin que $\frac{\Delta y}{\overline{\text{MD}}} \sim 1$ et, d'autre part, que $\frac{f}{\bar{f}\sqrt{2}} \gg 1$ pour que le point N ne soit pas à gauche de D. Ces deux conditions sont incompatibles. Cela veut dire qu'il y a très peu de chances d'observer une trajectoire coïncidant avec un cercle, telle que $f \gg 4\,\Delta y$.

Un tel événement est un phénomène rare.

2. Si $f \ll 4\,\Delta y$, c'est-à-dire $\rho_s \gg \frac{\rho_{exp}}{2}$, la probabilité d'observer la coïncidence sera assez grande même si $\frac{f}{\bar{f}\sqrt{2}}$ est plus grand que 1.

Mais la probabilité que $\frac{f}{\bar{f}\sqrt{2}} \gg 1$ est très faible par elle-même, on observera donc, en général, la coïncidence.

3. Il reste le cas intermédiaire où $f \sim 4\,\Delta y$, c'est-à-dire $\rho_s \sim \frac{\rho_{exp}}{2}$.

Posons alors $f = 4\,(\Delta y + \varepsilon)$, la probabilité d'observer une flèche f_1 est alors

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}}\,\frac{1}{\bar{f}_1}\int_{\frac{f}{4}-\Delta y}^{\frac{f}{4}+\Delta y} e^{-\frac{f_1^2}{2\bar{f}_1^2}},$$

$$\mathrm{d}f_1 \neq \frac{1}{\sqrt{\pi}}\,\frac{1}{\bar{f}_1}\,2\,\Delta y\, e^{-\frac{(\Delta y+\varepsilon)^2}{2\bar{f}_1^2}},$$

c'est-à-dire, puisque $\bar{f}_1 = \frac{\bar{f}}{2^{\frac{3}{2}}}$,

$$\sqrt{\frac{2}{\pi}}\,\frac{2\,\Delta y}{\bar{f}}\,e^{-\frac{(2\,\Delta y+\varepsilon')^2}{\bar{f}^2}}.$$

Pour que cette probabilité ne soit pas trop faible, il suffit que $2\,\Delta y < \bar{f}$, elle est alors voisine de $\frac{1}{e}$, c'est-à-dire qu'il suffit que $\bar{\rho}_s > \rho_{exp}$.

Mais puisque $\rho_s \sim \rho_{exp}$, on a $\rho_s \sim \frac{\bar{\rho}_s}{2}$.

La probabilité d'observer un rayon parasite de l'ordre de $\frac{\rho_{exp}}{2}$ est donc très faible, c'est $\left(\frac{1}{e}\right)\left(\frac{1}{e}\right) \times \frac{1}{25}$, car l'on a une chance sur 25 d'observer un ρ_s égal à la moitié du ρ_s probable.

Nous voyons donc que, de toutes façons, le rayon de courbure parasite ne saurait, sauf exceptions très rares, être inférieur à la moitié du ρ_{exp}.

Si le scattering était supérieur à cette valeur, on ne devrait pas pouvoir superposer exactement un cercle à la trajectoire; comme en pratique, la coïncidence est observée dans la majeure partie des cas, cela signifie que la précision expérimentale habituelle n'est pas assez grande pour *permettre de déceler le scattering* et que, dans ces conditions, l'effet de ce dernier n'est pas très important par rapport à la précision expérimentale.

Quand il devient important, en fin de parcours par exemple, on le voit avec évidence, car il n'est plus possible de faire coïncider en tous points la trajectoire avec un cercle.

La mesure du rayon de courbure par coïncidence d'un arc de cercle permet donc, avec une très grande probabilité, de déceler le scattering, lorsqu'il est important.

b. TRAJECTOIRE DANS LE CHAMP MAGNÉTIQUE. — 1° Si l'arc que l'on mesure correspond à un angle faible, le rayon de courbure ρ est relié à la flèche f par $2\rho f = t^2$.

La diffusion introduit sur f une erreur $\mathrm{d}f$, telle que

$$2\rho_s\,\mathrm{d}f = t^2.$$

Comme $\left|\frac{\mathrm{d}f}{f}\right| = \left|\frac{\mathrm{d}\rho}{\rho}\right|$, l'erreur relative commise sur le rayon de courbure est

$$\frac{\mathrm{d}\rho}{\rho} = \frac{\rho}{\rho_s}.$$

Pour calculer ρ_s et $\mathrm{d}f$, on peut négliger l'effet du champ magnétique et introduire les valeurs que l'on calcule en l'absence de champ.

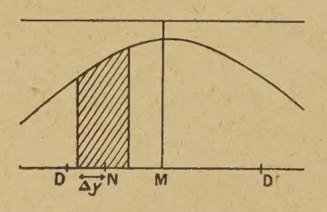


Fig. 4.

Nous avons vu que, en général, $\rho_s < \frac{\rho_{exp}}{2}$ lorsqu'on sait que la trajectoire coïncide avec un arc de cercle.

Donc

$$\left(\frac{\mathrm{d}\rho}{\rho}\right)_s < 2\left(\frac{\mathrm{d}\rho}{\rho}\right)_{exp}.$$

2° Lorsque l'arc mesuré correspond à un grand angle, les formules précédentes ne sont plus valables.

Si la trajectoire subit, en A, une diffusion à l'angle φ, le cercle décrit s'écarte du cercle primitif

d'une distance ε mesurée sur le rayon de ce dernier dont la valeur est fonction de la longueur de l'arc $\rho\alpha$.

En supposant que ε *est petit par rapport à* ρ, on a $\varepsilon \sim \varphi\rho \sin\alpha$.

Nous avons précédemment calculé la distance y dont s'écarte la trajectoire de sa tangente par la valeur quadratique moyenne de φ_x puisque $y = \Sigma\varphi_x$.

S'il n'y avait pas de courbure, nous devrions utiliser la moyenne de $\varphi\rho\alpha$, mais comme il y en a, il faut introduire la valeur quadratique de $\varphi\rho \sin\alpha$.

On obtient ainsi

$$\varepsilon^2 = \frac{2\alpha - \sin^2\alpha}{4\alpha} \rho^2 \bar{\varphi}^2.$$

Lorsque l'angle α est petit, on retrouve

$$\bar{\varepsilon}^2 = \frac{\alpha^2 \rho^2 \bar{\varphi}^2}{3}.$$

On pourrait refaire les calculs précédents et calculer la valeur probable de la flèche; mais, en pratique, la formule est surtout intéressante lorsqu'on mesure un demi-cercle; on a alors $\bar{\varepsilon}^2 = 2\,\mathrm{d}\rho$.

Donc

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}\bar{\rho}}{\rho} = \frac{\bar{\varphi}}{2\sqrt{2}}.}$$

Pour un gaz, cette formule montre que $\frac{\mathrm{d}\bar{\rho}}{\rho} \sim \varphi_{\max}$, puisque $\bar{\varphi}$ est de l'ordre de trois fois le $\varphi_{\max}$ admissible. Donc, en pratique, $\frac{\mathrm{d}\bar{\rho}}{\rho}$ est toujours inférieur à 10 pour 100.

Si l'on appliquait brutalement les formules du paragraphe précédent, on trouverait

$$\frac{\mathrm{d}\bar{\rho}}{\rho} = \frac{\bar{\rho}}{\rho_s} = \frac{4\bar{\varphi}_1}{\pi\sqrt{3}} = \frac{4\bar{\varphi}}{\pi\sqrt{3}\times 2\sqrt{2}}$$

$\left(\bar{\varphi}_1 \text{ est relatif à l'arc moitié de l'arc total } \bar{\varphi}_1 = \frac{\bar{\varphi}}{2\sqrt{2}}\right)$,

c'est-à-dire presque la même chose.

D'autre part, on pourrait appliquer les formules qui donnent la flèche en l'absence de champ et calculer l'influence de cette flèche parasite en tenant compte de la courbure (c'est-à-dire remplacer l'équation $2 f_4 = t^2$ par l'équation exacte).

On trouverait alors $\frac{\mathrm{d}\rho}{\rho} = \frac{\rho}{2\rho_s}$, c'est-à-dire la moitié de ce qu'il faut.

Il n'est donc pas nécessaire de tenir compte de la courbure, même lorsqu'on étudie des secondaires de collision visibles sur un grand arc de cercle.

De même, lorsqu'on vérifie qu'il y a une bonne coïncidence avec un arc de cercle, la courbure joue peu puisque l'on utilise, pour cette vérification, des arcs qui sont une fraction de l'arc total.

La formule $\rho_s < \frac{\rho_{\alpha\rho}}{2}$ donne encore une bonne idée de la limite de l'erreur possible.

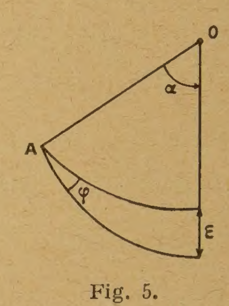


Fig. 5.

c. Fin de parcours. — Pour de nombreuses raisons, les formules précédentes ne sont pas valables aux très faibles énergies; nous les avons mises en lumière au fur et à mesure. Cependant, Williams a établi des formules qui donnent l'ordre de grandeur du rapport du rayon de courbure parasite au parcours pour diverses particules dans l'air. Il est évidemment assez fictif de parler de rayon de courbure en fin de parcours, car l'on ne sait pas exactement en quel point se fait la mesure, et des cassures visibles viennent presque toujours la gêner. Il est cependant intéressant de savoir l'ordre de grandeur de l'incertitude introduite par la diffusion. Comme les formules de Williams ont été établies en supposant que l'on mesure la courbure par la rotation de la tangente, alors qu'en pratique, on utilise la flèche, il convient de diviser par 2 les résultats indiqués par Williams.

On trouve ainsi

$\frac{\bar{\rho}_s}{r} \sim 0{,}25$ pour les électrons dans l'air,

$\sim 3{,}5$ pour les mésotons,

~ 10 pour les protons.

Pratiquement, les expériences faites sur les fins de parcours de protons produits par le bétatron de 100 MeV indiquent qu'il suffit de diviser par 1,8 seulement au lieu de 2 les résultats de Williams.

Manuscrit reçu le 20 décembre 1946.

Le Gérant : Maurice Blondin. 125208 Imp. Gauthier-Villars, 55, quai des Grands-Augustins, Paris. — 1946.